Révisions bac 1ère

Exercices

Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le point A de coordonnées $(3; 1)$ ainsi que la droite (d) d'équation cartésienne $x - 3y - 4 = 0$.

1. Déterminer les coordonnées du point B d'abscisse 7 appartenant à la droite (d).
2. Donner un vecteur normal à la droite (d).
3. Déterminer une équation de la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A.
4. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal H du point A sur la droite (d).
5. Calculer la distance AH et en donner une interprétation.

Exercice 2

Question 1

L'inéquation $e^{-2x} > 0$ d'inconnue x a pour ensemble de solutions :

a. $\mathbb{R}$	**b.** $]0\,;\,+\infty[$	**c.** $]-\infty\,;\,0[$	**d.** $\emptyset$

Question 2
Pour tout réel x, $(e^x - 1)^2$ est égal à :

a. $e^{2x} - 1$	**b.** $e^{2x} + 1$	**c.** $e^{2x} - 2e^x + 1$	**d.** $e^{(x^2)} - 1$

Question 3
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{5x-1}$.
Pour tout réel x, $f'(x)$ est égal à :

a. e^{5x-1}	**b.** $5e^{5x}$	**c.** $5e^{5x-1}$	**d.** $5xe^{5x-1}$

Question 4

Dans un repère orthonormé, la droite passant par A(4; 7) et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ a pour équation :

a. $3x+y-19=0$	**b.** $3x+y+19=0$	**c.** $-x+3y+17=0$	**d.** $-x+3y-17=0$

Question 5
Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On considère l'équation de cercle $x^2-4x+(y+3)^2=3$.
Son centre a pour coordonnées :

a. $(-2\,;\,-3)$	**b.** $(2\,;\,-3)$	**c.** $(-4\,;\,3)$	**d.** $(4\,;\,-3)$

Exercice 3

On souhaite fabriquer des boîtes de rangement sans couvercle.
Les boîtes auront la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur 16 cm et de base un rectangle ayant pour dimensions x et y exprimées en cm.
Chaque boîte a un volume de 10 000 cm^3.

1. Calculer y lorsque $x=20$ cm.
2. Pour toute valeur de $x>0$, on note $f(x)$ l'aire du parallélépipède rectangle.
   Démontrer que : pour tout $x>0$,
   $$f(x)=\frac{20\,000}{x}+32x+625.$$
3. Quelles dimensions doit-on donner à ces boîtes pour que leur surface ait une aire minimale?

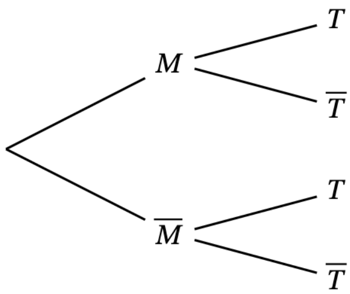
Exercice 4

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si nécessaire, au dix millième.

On étudie un test de dépistage pour une certaine maladie dans une population donnée. On sait que 1 % de la population est atteint de la maladie. Des études ont montré que si une personne est malade, alors le test se révèle positif dans 97 % des cas et si une personne n'est pas malade, le test est négatif dans 98 % des cas.
Pour une personne à qui on fait passer le test de dépistage on associe les évènements :

- M : la personne est malade,
- T : le test est positif.

1. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilité suivant en utilisant les données de l'exercice.



2. Justifier que $P\left(\overline{M} \cap T\right) = 0{,}0198$.

3. Montrer que $P(T) = 0{,}0295$.

4. Calculer $P_T(M)$.

5. Une personne dont le test se révèle positif est-elle nécessairement atteinte par cette maladie ?

Exercice 5

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, par $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$.

1. Calculer $u_0,\ u_1, u_2$ puis u_{99}.

2. **a.** Exprimer, pour tout entier naturel n, $u_n - 1$ en fonction de n.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}.$$

c. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 6

On considère les deux suites suivantes :

- la suite (u_n) définie pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{8n-4}{n+1}$$

- la suite (u_n) définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = 0,5v_n + 3,5$ pour tout entier n.

1. Calculer les termes d'indice 3 des suites (u_n) et (v_n).
2. On s'intéresse aux variations de la suite (u_n). Pour cela, on considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

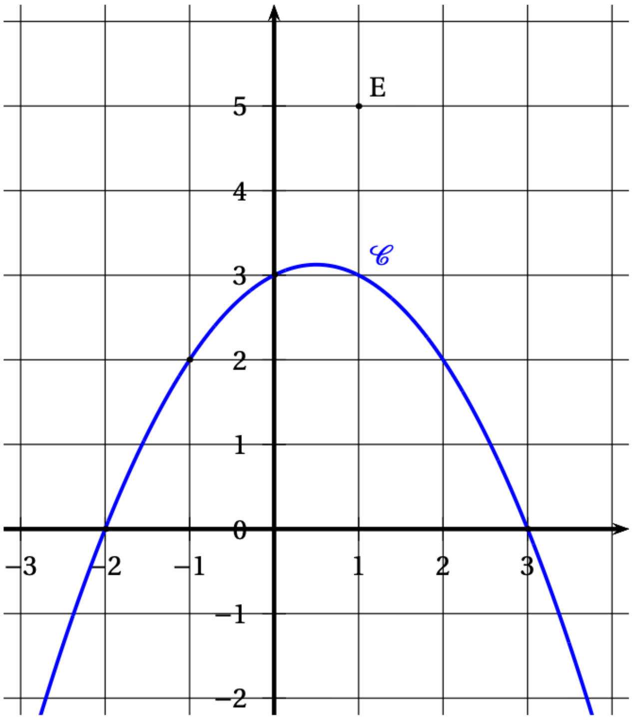
$$f(x) = \frac{8x-4}{x+1}$$

   a. Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

   b. En déduire la monotonie de la suite (u_n).

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé. La courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-dessous :



1. Par lecture graphique, résoudre l'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x.
2. On donne $f'(x) = -x + 0,5$ pour tout réel x.
   Déterminer qu'une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 est $y = 1,5x + 3,5$.
3. On considère le point E de coordonnées $(1\,;5)$.
   Dans cette question, on cherche à déterminer les points de la courbe $\mathscr{C}$ en lesquels la tangente passe par le point E.
   a. Montrer que le point E appartient à la tangente T.
   b. Déterminer l'autre point de la courbe en lequel la tangente passe par le point E.

Exercice 8

En 2019, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un musicien était de 6 000.
On suppose que chaque année, il obtient 750 abonnés supplémentaires.
On désigne par u_n le nombre d'abonnés en $2019+n$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2020 et 2021.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
4. En déduire une expression de u_n en fonction de n.
5. En quelle année le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à l'année 2019 ?

Exercice 9

Un médicament contre la douleur est administré par voie orale. La concentration du produit actif dans le sang, en milligramme par litre de sang, est modélisé par la fonction f qui, au temps écoulé x en heure, x étant compris entre 0 et 6, associe :

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x \quad \text{où} \quad x \in [0\,;\,6].$$

Le produit actif est efficace si sa concentration dans le sang est supérieure ou égale à 5 mg/L.

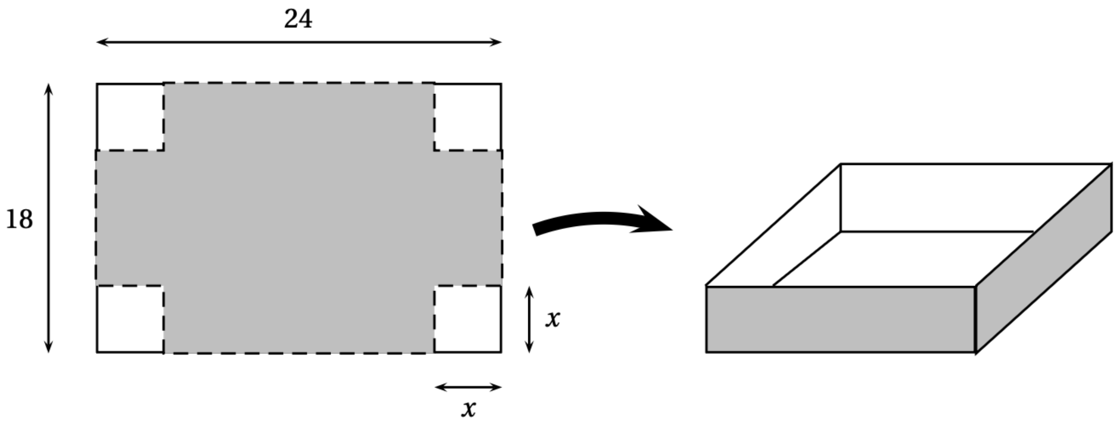
1. En exécutant le script Python ci-dessous, on obtient la liste [0, 1, 1, 1, 1, 1, 0].

```python
liste=[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
for x in range(0,7) :
    if x**3-12*x**2+36*x>=5:
        liste[x]= 1
print(liste)
```

   À l'aide de ce résultat, indiquer l'intervalle de temps en unité d'heures sur lequel le médicament est efficace.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 6]$, calculer sa fonction dérivée.
3. Justifier que la tangente T à la courbe représentative de la fonction f au point A d'abscisse 4 admet pour équation réduite $y = -12x + 64$.
4. Démontrer que $f(x) - (-12x + 64) = (x - 4)^3$.
5. En déduire la position relative de la courbe représentative de la fonction f par rapport à la tangente T au point A.

Exercice 10

Un industriel souhaite fabriquer une boîte sans couvercle à partir d'une plaque de métal de 18 cm de largeur et de 24 cm de longueur. Pour cela, il enlève des carrés dont la longueur du côté mesure x cm aux quatre coins de la pièce de métal et relève ensuite verticalement pour fermer les côtés.



Le volume de la boîte ainsi obtenue est une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;9]$ notée $V(x)$.

1. Justifier que pour tout réel x appartenant à $[0\,;9]$: $V(x) = 4x^3 - 84x^2 + 432x$.
2. On note V' la fonction dérivée de V sur $[0\,;9]$.
   Donner l'expression de $V'(x)$ en fonction de x.
3. Dresser alors le tableau de variations de V en détaillant la démarche.
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x la contenance de la boîte est-elle maximale ?
5. L'industriel peut-il construire ainsi une boîte dont la contenance est supérieure ou égale à 650 cm^3 ? Justifier.