Bac 1ère Générale

Spé - Sujet 0 n°2

Partie 2

Exercice 1

En 2020, une ville comptait 10 000 habitants.

On modélise l'évolution du nombre d'habitants de cette ville par la suite (u_n) définie ainsi :

$$\begin{cases} u_0 = 10\,000 \\ u_{n+1} = 1,08u_n - 300, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

où u_n représente le nombre d'habitants pour l'année $2020 + n$.

1. Indiquer ce que représente u_1 et calculer sa valeur.

$$\begin{cases} u_0 = 10\,000 \\ u_{n+1} = 1,08u_n - 300, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3750$.

a. Déterminer v_0.

b. Démontrer que pour tout entier naturel n, on a

$$v_{n+1} = 1,08v_n$$

c. En déduire la nature de la suite (v_n).

$$v_0 = u_0 - 3750 = 10\,000 - 3750 = 6250$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 3750$$

$$v_{n+1} = 1,08u_n - 300 - 3750$$

$$v_{n+1} = 1,08u_n - 4050$$

$$v_{n+1} = 1,08(u_n - 3750)$$

$$v_{n+1} = 1,08v_n$$

(v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 6250$ et de raison $1,08$.

(v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 6250$ et de raison $1,08$.

$$v_n = u_n - 3750$$

d. Pour tout entier naturel n, exprimer, v_n en fonction de n.

e. En déduire que pour tout entier naturel, on a $u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$.

Automatismes

$$v_n = v_0 \times q^n = 6250 \times 1,08^n$$

$$v_n = u_n - 3750$$
$$u_n = v_n + 3750$$
$$u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$$

Le tableau ci-contre, extrait d'une feuille automatisée de calcul, a été obtenu par recopie vers le bas après avoir saisi la formule suivante dans la cellule B2 :

$$\boxed{= 6250*1{,}08\hat{\ }A2 + 3750}$$

La municipalité envisage d'ouvrir une nouvelle école maternelle dès que la population atteindra 19000 habitants. La construction d'un tel établissement nécessitant deux ans, déterminer l'année à partir de laquelle la construction de l'école doit commencer.

	A	B
1	n	Un
2	0	10000
3	1	10500
4	2	11040
5	3	11623,2
6	4	12253,056
7	5	12933,30048
8	6	13667,96456
9	7	14461,40168
10	8	15318,31381
11	9	16243,77892
12	10	17243,28123
13	11	18322,74373
14	12	19488,56323
15	13	20747,64829
16	14	22107,46015
17	15	23576,05696
18	16	25162,14152
19	17	26875,11284
20	18	28725,12187
21	19	30723,13162

Aide au calcul :

$$10000 - 3750 = 6250$$

$$1,08 \times 4050 = 4374$$

$$\frac{4050}{1,08} = 3750$$

$$3750 \times 1,08 = 4050$$

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A

On considère la fonction P définie sur l'intervalle [−5 ; 3] par : $P(x) = 2x^2 + x - 10$

1. a. Déterminer les racines de P.

$$P(x) = 2x^2 + x - 10$$

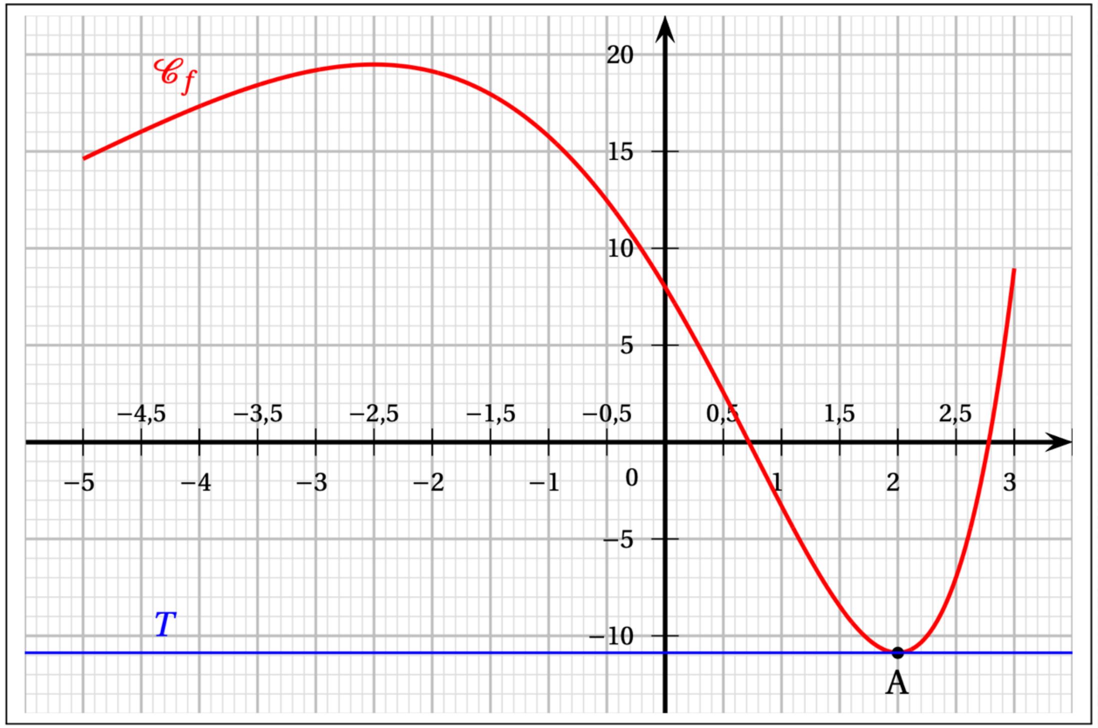
b. En déduire l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.

2. Établir le tableau de signes de la fonction P sur l'intervalle [−5 : 3].

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\,;\,3]$ dont on donne ci-dessous la courbe représentative C_f.

Automatismes



Pop'iSchool

La tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse 2 est horizontale.

1. Donner la valeur du nombre dérivé $f'(2)$.
2. Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $f'(x) < 0$.

3. On sait que la fonction f a pour expression sur l'intervalle [−5 ; 3] :

$$f(x) = (4x^2 - 14x + 8)e^{0,5x}$$

Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle [−5 ; 3], on a :

$$f'(x) = P(x)e^{0,5x}$$

4. En utilisant les résultats de la partie A, dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5\,;3]$. (Il n'est pas demandé de calculer les images).

$$f'(x) = P(x)e^{0,5x}$$