Polynômes de degré 3

Cours

Généralités sur les Fonctions Polynômes de degré 3

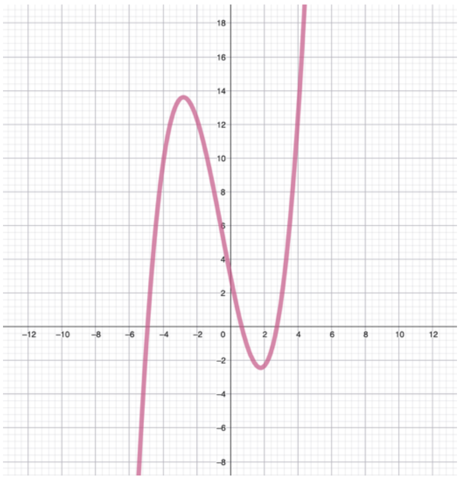
Une fonction polynôme du second degré est une fonction du type :

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ définie sur $\mathbb{R}$.

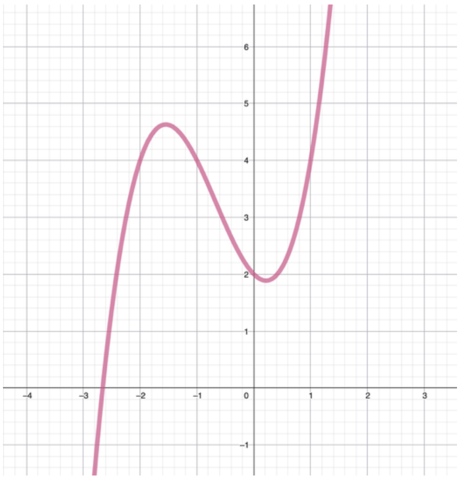
Sa courbe représentative est une cubique.

Quelques exemples…

$g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 5x + 3$

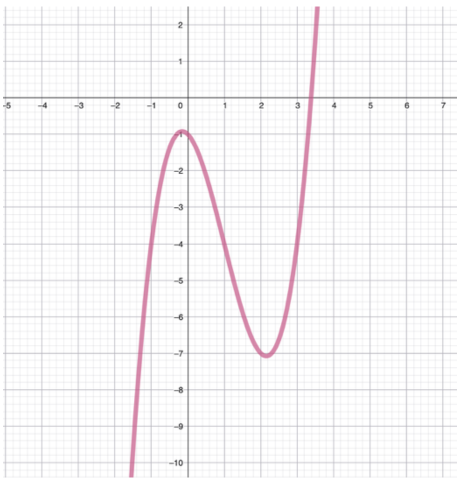


$h(x) = x^3 + 2x^2 - x + 2$

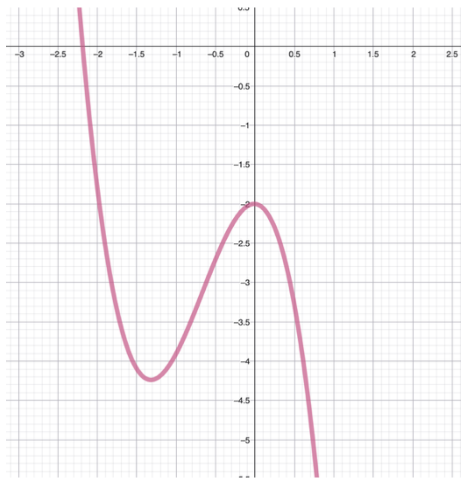


Polynômes de degré 3

$$i(x) = x^3 - 3x^2 - x - 1$$



$$j(x) = -2x^3 - 4x^2 - \frac{1}{10}x - 2$$



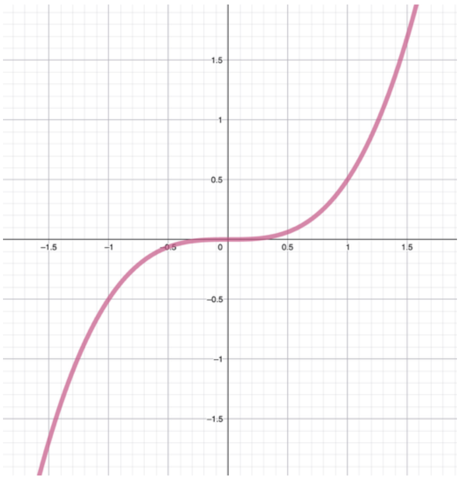
Pop'School

Polynômes de degré 3

Polynômes de degré 3 du type ax^3 ou $ax^3 + b$

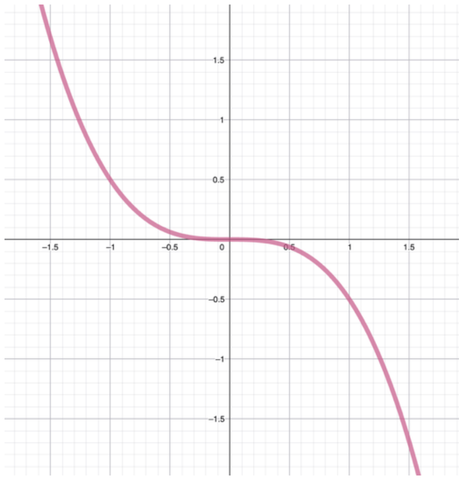
$$f(x) = ax^3$$

$a > 0$



Fonction croissante

$a < 0$

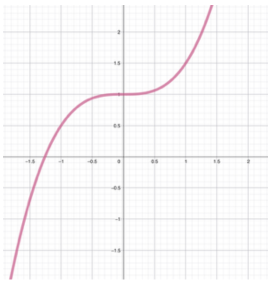


Fonction décroissante

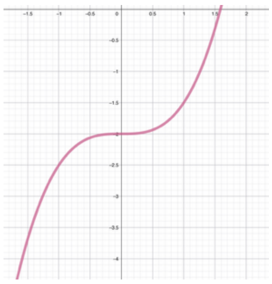
$$f(x) = ax^3 + b$$

$a > 0$

$b = 1$

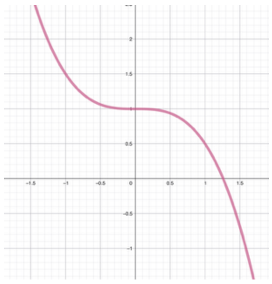


$b = -2$

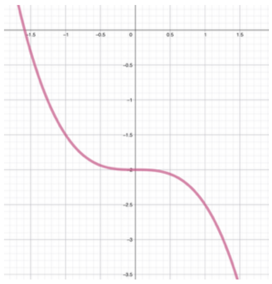


$a < 0$

$b = 1$



$b = -2$



Les polynômes de ces types ont des cubiques particulières, elles n'ont pas de changement de variation.

Polynômes de degré 3

Formes Factorisées et Polynômes de degré 3

La <u>forme factorisée</u> : $\boldsymbol{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}$ où x_1, x_2 et x_3 sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$, où les appelles aussi les racines de f. Cela signifie qu'il y a trois valeurs de x que l'on nomme $\boldsymbol{x_1, x_2}$ **et** $\boldsymbol{x_3}$ qui <u>annulent le polynôme</u>. Autrement dit, $\boldsymbol{f(x_1) = 0}$ **,** $\boldsymbol{f(x_2) = 0}$ **et** $\boldsymbol{f(x_3) = 0}$.

Exemple : $\boldsymbol{g(x) = (x + 5)(x - 1)(x - 3)}$

La courbe coupe bien l'axe des abscisses en $x_1 = -5$, $x_2 = 1$ et $x_3 = 3$ qui sont les racines de g.

La fonction g est croissante, décroissante puis croissante. Pour connaître les valeurs en lesquelles g change de variation, il faudrait étudier le signe de sa dérivée et vérifier en quels valeurs elle s'annule.

Courbe représentative de g

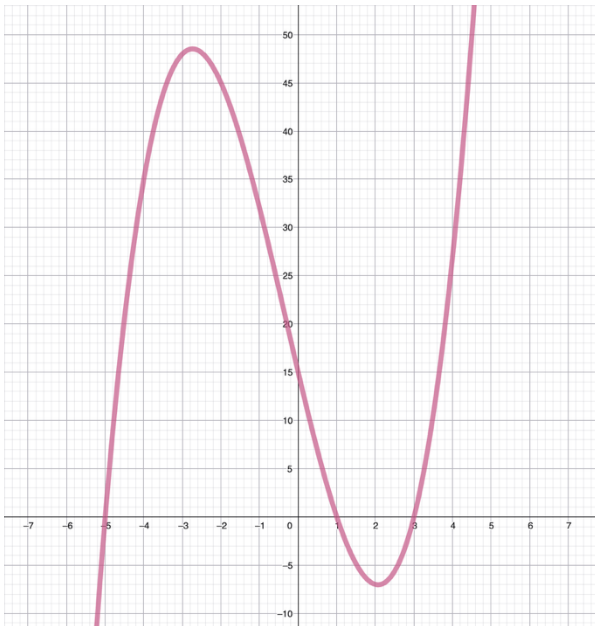


Tableau de signe de g

x	$-\infty$		-5		1		3		$+\infty$
$x+5$		$-$		$+$		$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$		$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$		$+$	
$g(x)$		$-$		$+$		$-$		$+$	

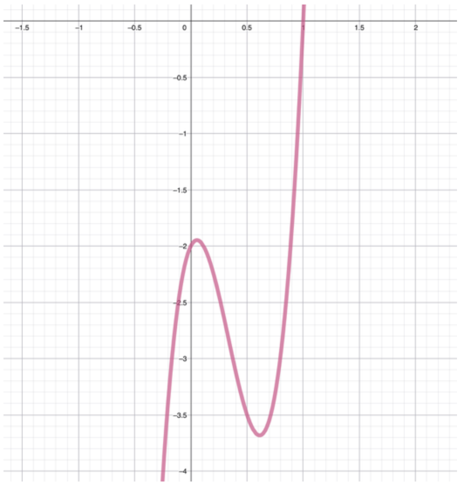
Pop'iSchool

Polynômes de degré 3

Attention : Tous les polynômes de degré 3 n'ont pas forcément 3 racines réelles, certains n'en ont qu'une seule, comme la fonction polynôme h présentée ci-dessous.

Comme elle n'a qu'une seule racine, sa courbe intersecte une seule fois l'axe des abscisses (ici en $x = 1$).

$$\boldsymbol{h(x) = 20x^3 - 20x^2 + 2x - 2}$$



La seule factorisation possible est : $\boldsymbol{h(x) = (x-1)(20x^2+2)}$ (donc le produit d'une fonction affine par une fonction polynôme de degré 2).