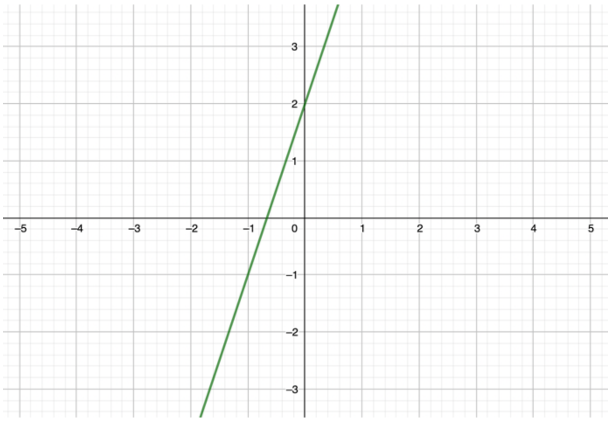
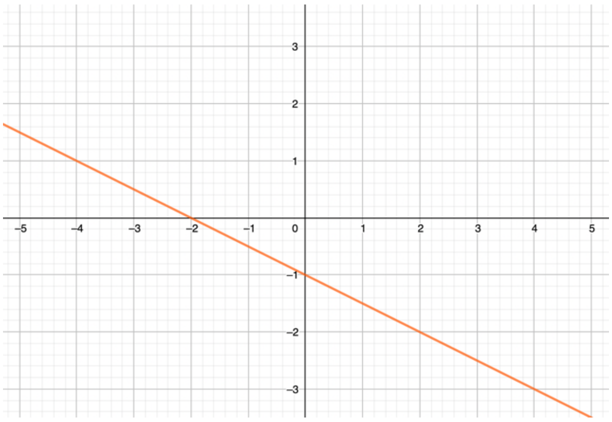
Les Fonctions Affines

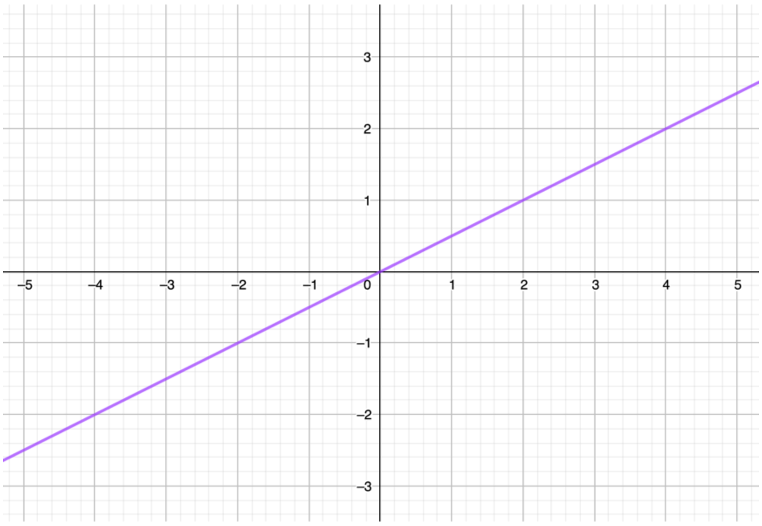
Exercices

Exercice 1

Trouver graphiquement la fonction affine associée à chaque droite.







Exercice 2

Pour chacune des fonctions affines suivantes, déterminer le coefficient directeur de leur représentation graphique et en déduire le sens de variation de la fonction.

$$f(x) = \frac{x+2}{3} \qquad g(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{2}x}{-2x} \qquad h(x) = -3 - \frac{x}{3}$$

Exercice 3

Une entreprise vend des stylos à 2€ pièce. Le bénéfice en euros de l'entreprise est donné par la fonction affine d'expression $f(x) = 2x - 1500$, où x est le nombre de stylos vendus.

1) Interpréter le nombre $f(0)$.
2) Écrire le tableau de signes de la fonction f, et en déduire le nombre minimum de stylos que doit vendre l'entreprise pour que son bénéfice soit positif.
3) Combien l'entreprise doit-elle vendre de stylos pour avoir un bénéfice de 2000€ ?

Exercice 4

On considère la fonction affine dont la représentation graphique passe par les points $A(-1\,;2)$ et $B(3\,;-1)$.

Déterminer le tableau de signes de cette fonction affine.

Exercice 5

1) Montrer qu'augmenter une quantité x de t % revient à multiplier x par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.

2) Le tableau suivant donne le prix (en euros) de six produits avant et après une augmentation de 5%. Recopier le tableau et le compléter.

Produit	A	B	C	D	E	F
Prix Initial	100		70		40	
Prix Final		200		90		65

3) Écrire l'expression de la fonction f qui, à chaque prix x avant augmentation, donne le prix $f(x)$ après l'augmentation de 5%.

4) Montrer que baisser une quantité x de t % revient à multiplier x par $\left(1-\frac{t}{100}\right)$.

5) Le tableau suivant donne le prix (en euros) de six produits avant et après une baisse de 15%. Recopier le tableau et le compléter.

Produit	A	B	C	D	E	F
Prix Initial	90		65		50	
Prix Final		100		55		200

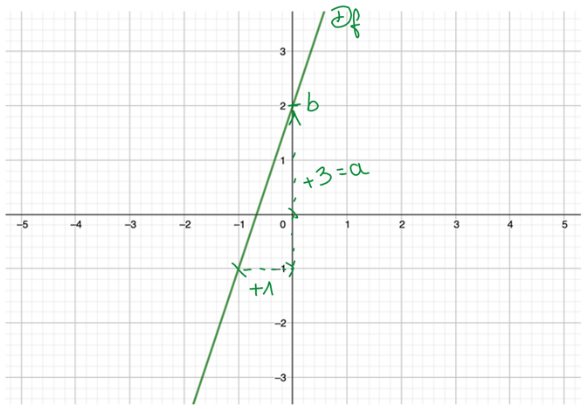
6) Écrire l'expression de la fonction g qui, à chaque prix x avant la baisse, donne le prix $g(x)$ après la baisse de 15%.

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.
poppy-sciences.com

Corrigés

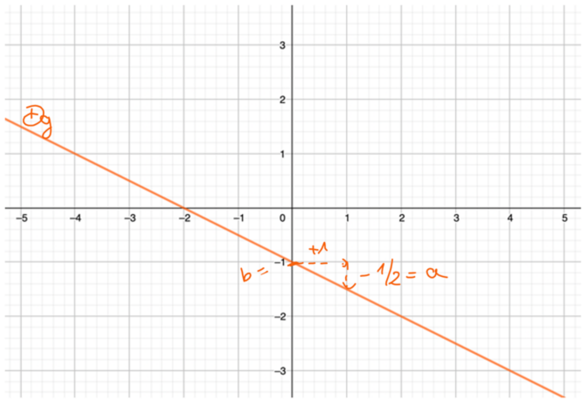
Exercice 1

Trouver graphiquement la fonction affine associée à chaque droite.



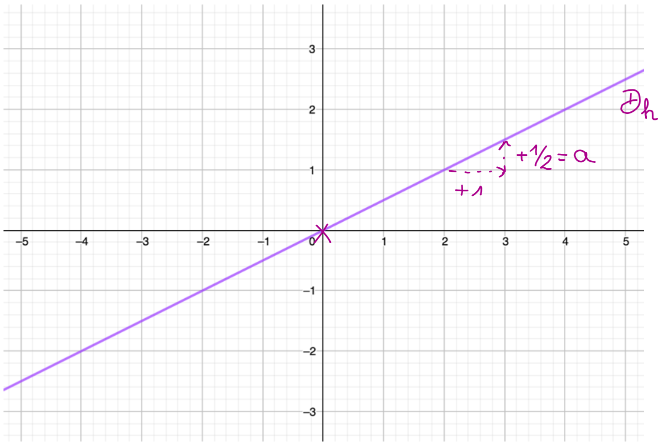
- Quand on avance de 1 sur les abscisses, on monte de 3 sur les ordonnées pour rejoindre la droite, donc le coefficient directeur est 3.
- L'ordonnée à l'origine (c'est-à-dire l'image de 0) est 2, donc $b = 2$.

$$f(x) = 3x + 2$$



- Quand on avance de 1 sur les abscisses, on descend de 1/2 sur les ordonnées pour rejoindre la droite, donc le coefficient directeur est -1/2.
- L'ordonnée à l'origine (c'est-à-dire l'image de 0) est -1, donc $b = -1$.

$$g(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$



- Quand on avance de 1 sur les abscisses, on monte de 1/2 sur les ordonnées pour rejoindre la droite, donc le coefficient directeur est 1/2.
- L'ordonnée à l'origine (c'est-à-dire l'image de 0) est 0, donc $b = 0$.

$$\boldsymbol{h(x) = \frac{1}{2}x}$$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions affines suivantes, déterminer le **coefficient directeur** de leur représentation graphique et en déduire le sens de variation de la fonction.

$$f(x) = \frac{x+2}{3} \qquad g(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{2}x}{-2x} \qquad h(x) = -3 - \frac{x}{3}$$

Fonction f :

$$f(x) = \frac{x+2}{3} = \frac{x}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$a = \frac{1}{3} > 0$$

Donc la fonction f est croissante.

Fonction g :

$$g(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{2}x}{-2x} = \frac{x^2}{-2x} + \frac{\frac{1}{2}x}{-2x} = \frac{x}{-2} + \frac{\frac{1}{2}}{-2} = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \times \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$a = -\frac{1}{2} < 0$$

Donc la fonction g est décroissante.

Fonction h :

$$h(x) = -3 - \frac{x}{3} = -\frac{1}{3}x - 3$$

$$a = -\frac{1}{3} < 0$$

Donc la fonction h est décroissante.

Exercice 3

Une entreprise vend des stylos à 2€ pièce. Le bénéfice en euros de l'entreprise est donné par la fonction affine d'expression $f(x) = 2x - 1500$, où $2x$ est le nombre de stylos vendus.

1) Interpréter le nombre $f(0)$.

$$f(0) = -1500$$

Cela signifie que s'il n'y a aucune vente, alors la perte est de 1500€.

2) Écrire le tableau de signes de la fonction f, et en déduire le nombre minimum de stylos que doit vendre l'entreprise pour que son bénéfice soit positif.

$$2x - 1500 = 0$$
$$x = \frac{1500}{2}$$
$$x = 750$$

x	0		750		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Rappels : Comme le coefficient directeur est 2 la fonction est croissante, donc elle est d'abord négative puis positive.

L'entreprise doit vendre au minimum 750 stylos pour que le bénéfice soit positif.

3) Combien l'entreprise doit-elle vendre de stylos pour avoir un bénéfice de 2000€ ?

$$2x - 1500 = 2000$$
$$2x = \frac{2000 + 1500}{2}$$
$$x = 1750$$

Elle doit vendre 1750 stylos pour faire un bénéfice de 2000€.

Exercice 4

On considère la fonction affine dont la représentation graphique passe par les points $A(-1\,;2)$ et $B(3\,;-1)$.

Déterminer le tableau de signes de cette fonction affine.

Soit f la fonction affine que l'on cherche. Comme f est une fonction affine, alors son expression est de la forme $ax+b$.

$$a = \frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{2-(-1)}{-1-3} = -\frac{3}{4}$$

On obtient pour l'instant :

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + b$$

Maintenant, nous devons trouver b.

Rappels : Les coordonnées d'un point appartenant à la représentation graphique d'une fonction f sont sous la forme $(x\,;f(x))$, en effet, on a toujours l'abscisse en premier et l'ordonnée en second.

Comme $A(-1\,;2) \in D_f$ (la représentation graphique de la fonction f), alors on a :

$$f(-1) = -\frac{3}{4}\times(-1) + b = 2$$
$$-\frac{3}{4}\times(-1) + b = 2$$
$$\frac{3}{4} + b = 2$$
$$b = 2 - \frac{3}{4}$$
$$b = \frac{6}{3} - \frac{3}{4}$$
$$b = \frac{5}{4}$$

On trouve alors que l'expression de la fonction f est :

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$$

$$-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}=0$$
$$-\frac{3}{4}x=-\frac{5}{4}$$
$$x=-\frac{5}{4}\times\left(-\frac{4}{3}\right)$$
$$x=\frac{5}{3}$$

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Rappels : Comme le coefficient directeur est $-\frac{3}{4}$ la fonction est décroissante, donc elle est d'abord positive puis négative.

Exercice 5

1) Montrer qu'augmenter une quantité x de t % revient à multiplier x par $\left(1+\frac{t}{100}\right)$.

Quand on augmente une quantité x de t %, on doit ajouter à x le montant de l'augmentation. Cette augmentation est de $\frac{t}{100}\times x$. On trouve alors que la somme finale vaut :

$$x+\frac{t}{100}\times x$$

En factorisant, on trouve :

$$x\left(1+\frac{t}{100}\right)$$

2) Le tableau suivant donne le prix (en euros) de six produits avant et après une augmentation de 5%. Recopier le tableau et le compléter.

$\div 1,05$ $\times 1,05$

Produit	A	B	C	D	E	F
Prix Initial	100	190,48	70	85,71	40	61,90
Prix Final	105	200	73,50	90	42	65

Une augmentation de 5% revient à multiplier par 1,05 le prix initial.

3) Écrire l'expression de la fonction f qui, à chaque prix x avant augmentation, donne le prix $f(x)$ après l'augmentation de 5%.

$$f(x) = 1{,}05x$$

4) Montrer que baisser une quantité x de t % revient à multiplier x par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$.

$$x - \frac{t}{100} \times x = x\left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

(Voir explications question 1)

5) Le tableau suivant donne le prix (en euros) de six produits avant et après une baisse de 15%. Recopier le tableau et le compléter.

Produit	A	B	C	D	E	F
Prix Initial	90	117,65	65	64,71	50	235,29
Prix Final	76,50	100	55,25	55	42,50	200

$\div\, 0{,}85$

$\times\, 0{,}85$

6) Écrire l'expression de la fonction g qui, à chaque prix x avant la baisse, donne le prix $g(x)$ après la baisse de 15%.

$$g(x) = 0{,}85x$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.
poppy-sciences.com