

Multiples, Diviseurs & Nombres Premiers



Cours

Vocabulaire

- Si l'égalité trouvée lors d'une division euclidienne est de ce type :

$a = b \times c$, alors on dit que :

- a est **divisible** par b et par c .
- b et c sont des **diviseurs** de a .
- a est un **multiple** de b et de c .

Exemple : $736 = 8 \times 92$

Donc je déduis que :

- 736 est **divisible** par 8 et par 92 .
- 8 et 92 sont des **diviseurs** de 736 .
- 736 est un **multiple** de 8 et de 92 .

- Si l'égalité trouvée lors d'une division euclidienne est de ce type :

$a = b \times c + r$ avec $r \neq 0$, alors :

- a n'est pas **divisible** par b et par c .
- b et c ne sont pas des **diviseurs** de a .
- a n'est pas un **multiple** de b et de c .

Exemple : $743 = 8 \times 92 + 7$

Donc je déduis que :

- 743 n'est pas **divisible** par 8 et par 92 .
- 8 et 92 ne sont pas des **diviseurs** de 743 .
- 743 n'est pas un **multiple** de 8 et de 92 .



Multiples, Diviseurs & Nombres Premiers



Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par :

- **2** s'il se termine par **0, 2, 4, 6, ou 8**.
 - **3** si la **somme de ces chiffres** est un **multiple de 3**.
 - **4** si le nombre formé par les **deux derniers chiffres** est un **multiple de 4**.
 - **5** s'il se termine par **0 ou 5**.
 - **9** si la **somme de ces chiffres** est un **multiple de 9**.
-
- ❖ Un nombre premier est un nombre qui a uniquement deux diviseurs 1 et lui-même.
 - ❖ Le PGCD de a et b est le plus grand diviseur commun à a et à b .
 - ❖ Le PPCM de a et b est le plus petit multiple commun à a et à b .

Démonstrations nombres pairs et impairs

1) Montrons que la somme de deux nombres pairs est paire.

Soient n et m deux nombres pairs.

Comme n et m deux nombres pairs, on a $n = 2k$ et $m = 2k'$ avec k et k' des entiers.

Donc :

$$n + m = 2k + 2k' = 2 \underbrace{(k + k')}_{\in \mathbb{Z}}$$

Donc la somme de deux nombres pairs est paire.



Multiples, Diviseurs & Nombres Premiers



- 2) Montrons que la somme d'un nombre impair et d'un nombre pair est impaire.

Soit n un nombre pair et soit m un nombre impair.

On a $n = 2k$ et $m = 2k' + 1$ avec k et k' des entiers.

Donc :

$$n + m = 2k + 2k' + 1 = 2 \underbrace{(k + k')}_{\in \mathbb{Z}} + 1$$

Donc la somme d'un nombre impair et d'un nombre pair est impaire.

- 3) Montrons que la somme de deux nombres impairs est paire.

Soient n et m deux nombres impairs.

On a $n = 2k + 1$ et $m = 2k' + 1$ avec k et k' des entiers.

Donc :

$$n + m = 2k + 1 + 2k' + 1 = 2k + 2k' + 2 \times 1 = 2 \underbrace{(k + k' + 1)}_{\in \mathbb{Z}}$$

Donc la somme de deux nombres impairs est paire.



Multiples, Diviseurs & Nombres Premiers



Exercices

Exercice 1

Donner la décomposition en nombres premiers des nombres suivants.

168

260

375

3780

Exercice 2

Grâce à la décomposition en produit de facteurs premiers, donner la fraction irréductible de chaque fraction.

$$660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$2\,100 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$\frac{600}{660}$$

$$\frac{2\,100}{660}$$

Exercice 3

Simplifier les fractions suivantes après avoir donné la décomposition en produit de facteurs premiers des numérateurs et dénominateurs de chaque fraction.

$$\frac{168}{260}$$

$$\frac{375}{3780}$$

$$\frac{3780}{260}$$



Multiples, Diviseurs & Nombres Premiers



Corrigés

Exercice 1

Donner la décomposition en nombres premiers des nombres suivants.

168

260

375

3780

168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

260	2
130	2
65	5
13	13
1	

$$260 = 2 \times 2 \times 5 \times 13$$

375	3
125	5
25	5
5	5
1	

$$375 = 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

3780	2
1890	2
945	3
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$$3780 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$$



Multiples, Diviseurs & Nombres Premiers



Exercice 2

Grâce à la décomposition en produit de facteurs premiers, donner la fraction irréductible de chaque fraction.

$$660 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$2\,100 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

$$\frac{600}{660} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11} = \frac{2 \times 5}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\frac{2\,100}{660} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11} = \frac{5 \times 7}{11} = \frac{35}{11}$$

Exercice 3

Simplifier les fractions suivantes après avoir donné la décomposition en produit de facteurs premiers des numérateurs et dénominateurs de chaque fraction.

$$\frac{168}{260}$$

$$\frac{375}{3780}$$

$$\frac{3780}{260}$$

$$\frac{168}{260} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 5 \times 13} = \frac{2 \times 3 \times 7}{5 \times 13} = \frac{42}{65}$$

$$\frac{375}{3780} = \frac{3 \times 5 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{25}{252}$$

$$\frac{3780}{260} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 2 \times 5 \times 13} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 7}{13} = \frac{189}{13}$$

