

Les Fonctions

Cours

Définition

Une fonction de la variable x est un outil mathématique qui au nombre x fait correspondre un **unique** nombre $f(x)$.

Nous pouvons donc assimiler une fonction à un algorithme, une « machine » mathématique, qui fait correspondre à nombre initial x (appelé **antécédent**) un autre nombre $f(x)$ (appelé **image**).

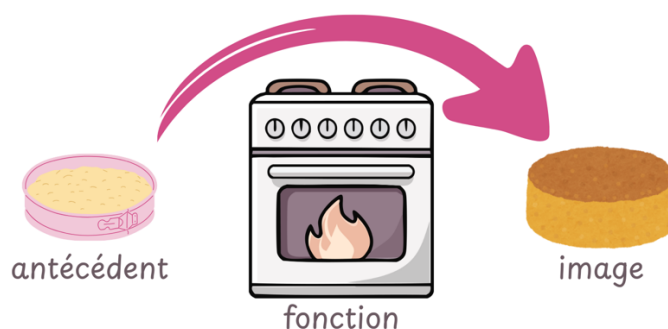


Une fonction se note comme suit :

$$f : x \mapsto f(x)$$

La fonction f qui associe à x le nombre $f(x)$.

Illustrations



Lorsque l'on met à cuire une **pâte à gâteau** au **four**, il en ressort un **gâteau bien cuit**. Le four a transformé notre produit initial en un produit différent. Si on appelle f la fonction « four », on aurait :

$$f : \text{pâte à gâteau} \mapsto \text{gâteau bien cuit}$$

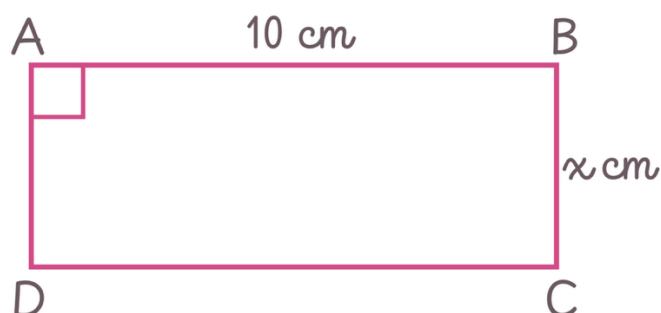
Les Fonctions



Lorsque l'on passe un **paquet de perles** à l'**atelier à perles**, il en ressort un **bijou**.
L'atelier à perles a transformé notre produit initial en un produit différent. Si on appelle **g** la fonction « atelier à perles », on aurait :

$$g : \text{paquet de perles} \mapsto \text{bijou}$$

Exemple 1



Voici un croquis du rectangle $ABCD$.

Sa longueur est de 10 cm et sa largeur est de $x \text{ cm}$.

Nous pouvons créer une fonction f qui associe à x le périmètre de notre rectangle. On obtient alors :

$$f : x \mapsto 2(x + 10)$$

Prenons une largeur de 5 cm .

Nous posons alors $x = 5$, et nous avons alors $f(5) = 2 \times (5 + 10) = 2 \times 15 = 30$. Le périmètre a donc une longueur de 30 cm .

5 est l'**antécédent** de **30** par f ; et **30** est l'**image** de **5** par f .



Les Fonctions



Exemple 2

Programme A

- Choisir un nombre
- Ajouter 4
- Multiplier le résultat par 5.
- Enlever 20.

Ce programme (ou algorithme) A transforme notre nombre de départ (le nombre choisi) en un nouveau nombre.

L'expression littérale liée à ce programme est $A = (x + 4) \times 5 - 20$ que l'on peut aussi écrire $A = 5(x + 4) - 20$.

A est une expression qui dépend de x , c'est finalement une fonction de x . On peut écrire $A(x) = 5(x + 4) - 20$.

Posons $x = 2$.

Nous avons alors $A(2) = 5(2 + 4) - 20 = 5 \times 6 - 20 = 30 - 20 = 10$.

2 est l'**antécédent** de **10** par A ; et **10** est l'**image** de **2** par A .



Les Fonctions



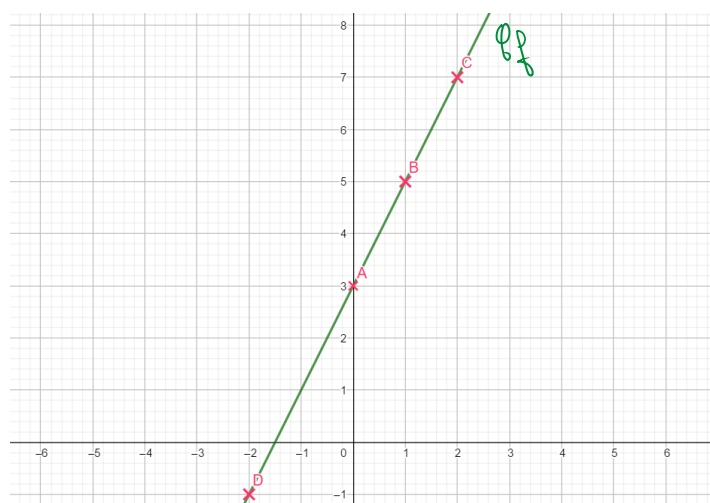
Représentation Graphique

Nous pouvons représenter graphiquement une fonction.

La courbe d'équation $y = f(x)$ est l'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient $y = f(x)$.

En d'autres termes, chaque point de notre courbe a pour coordonnées $(x; f(x))$. Nous lisons donc les **antécédents** sur l'axe des **abscisses** et les **images** sur l'axe des **ordonnées**.

Exemple : $f(x) = 2x + 3$



Nous pouvons lire graphiquement les coordonnées de A , B , C et D :

$$A(0; 3) \quad B(1; 5) \quad C(2; 7) \quad D(-2; -1)$$

On déduit alors graphiquement que :

$$f(0) = 3 \quad f(1) = 5 \quad f(2) = 7 \quad f(-2) = -1$$



Les Fonctions



Exercices

Exercice 1

Soit f une fonction dont on donne le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-1	0	1	2	4	5	6
$f(x)$	1	2	0	5	3	2	-1	0	2

- 1) Quelle est l'image de 0 par f ?
- 2) Donner le/les antécédent(s) de 2 par f .
- 3) Quelle est l'image de -1 par f ?
- 4) Donner la valeur de $f(2)$.
- 5) Donner le/les antécédent(s) de 5 par f .
- 6) Donner la valeur de $f(-4)$.
- 7) Compléter l'égalité suivante : $f(\dots) = 3$
- 8) Donner le/les antécédent(s) de 0 par f .
- 9) Quelle est l'image de 5 par f ?

Exercice 2

Voici un tableau de valeurs correspond à une fonction f .

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

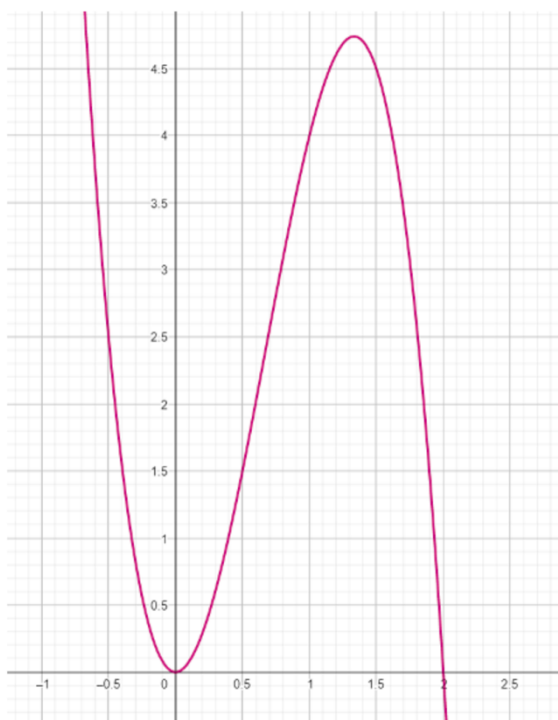
- 1) Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
- 2) Quel nombre a pour image -3 par la fonction f ?
- 3) Quels sont les nombres qui ont la même image par la fonction f ?
- 4) Quels sont les antécédents de 5 par la fonction f ?
- 5) Quel est l'antécédent de 2 par la fonction f ?



Les Fonctions

Exercice 3

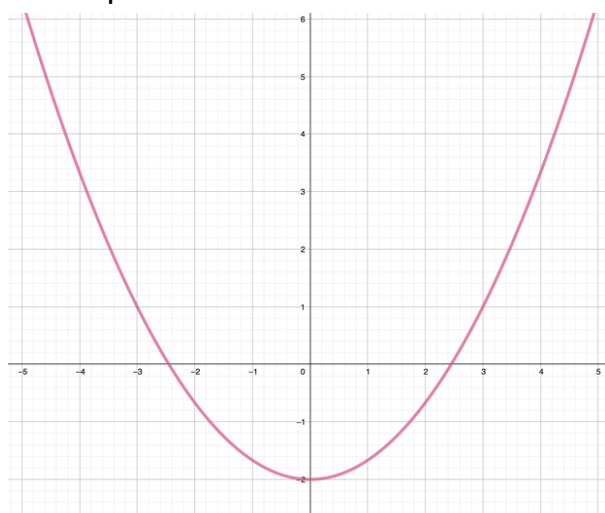
On considère la fonction f dont on donne la courbe représentative C_f ci-dessous.



- 1) Quelle est l'image de 1 par f ?
- 2) Donner le/les antécédent(s) de 0,5 par f .
- 3) Quelle est l'image de $-0,5$ par f ?
- 4) Donner la valeur de $f(0,5)$.
- 5) Donner le/les antécédent(s) de 1 par f .
- 6) Donner la valeur de $f(1,5)$.
- 7) Compléter l'égalité suivante : $f(\dots) = 4$
- 8) Donner le/les antécédent(s) de 0 par f .
- 9) Quelle est l'image de 0,5 par f ?

Exercice 4

On a représenté ci-contre une fonction h .



- 1) Lire sur le graphique et compléter : $h(-4) = \dots$.
- 2) Lire sur le graphique l'image de 0.
- 3) Lire sur le graphique les antécédents de 1.
- 4) Lire sur le graphique l'antécédent de -2.

Les Fonctions



Exercice 5

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$.

- 1) Calculer $f(4)$.
- 2) Quelle est l'image de 3 ?
- 3) Quel est l'antécédant de 5 ?

Exercice 6

Soit la fonction g la fonction qui à x associe l'expression $2x^2 - 1$.

- 1) Calculer $g(3)$.
- 2) $g(2) = 1$, vrai ou faux ? Justifier.
- 3) Un antécédant de 7 est 2, vrai ou faux ?
- 4) Calculer l'image de -2 .

Exercice 7

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5 \text{ et } g(x) = 9x + 5$$

- 1) Déterminer l'image de -1 par f puis l'image de 3 par g .
- 2) -5 est-il un antécédent de 0 par f ? Justifier.
- 3) Déterminer l'antécédent de 12 par la fonction g .



Les Fonctions



Corrigés

Exercice 1

Soit f une fonction dont on donne le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-1	0	1	2	4	5	6
$f(x)$	1	2	0	5	3	2	-1	0	2

- 1) Quelle est l'image de 0 par f ? $f(0) = 5$
- 2) Donner le/les antécédent(s) de 2 par f . $-3, 2$ et 6
- 3) Quelle est l'image de -1 par f ? $f(-1) = 0$
- 4) Donner la valeur de $f(2)$. $f(2) = 2$
- 5) Donner le/les antécédent(s) de 5 par f . 0
- 6) Donner la valeur de $f(-4)$. $f(-4) = 1$
- 7) Compléter l'égalité suivante : $f(1) = 3$
- 8) Donner le/les antécédent(s) de 0 par f . -1 et 5
- 9) Quelle est l'image de 5 par f ? 0



Les Fonctions



Exercice 2

Voici un tableau de valeurs correspond à une fonction f .

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

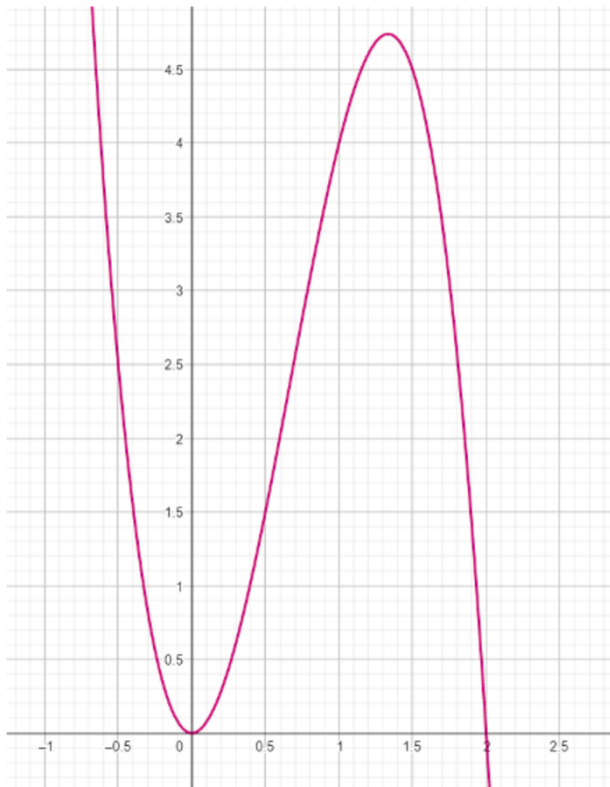
- 1) Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
 $f(3) = 4$, donc l'image de 3 par f est 4.
- 2) Quel nombre a pour image -3 par la fonction f ?
 $f(-1) = -3$, donc -1 a pour image -3 .
- 3) Quels sont les nombres qui ont la même image par la fonction f ?
 $f(0) = f(4) = -4$ donc 0 et 4 ont la même image.
- 4) Quels sont les antécédents de 5 par la fonction f ?
 $f(-4) = f(1) = 5$ donc -4 et 1 sont les antécédents de 5 par f .
- 5) Quel est l'antécédent de 2 par la fonction f ?
 $f(-3) = 2$ donc -3 est l'antécédent de 2 par la fonction f .



Les Fonctions

Exercice 3

On considère la fonction f dont on donne la courbe représentative C_f ci-dessous.



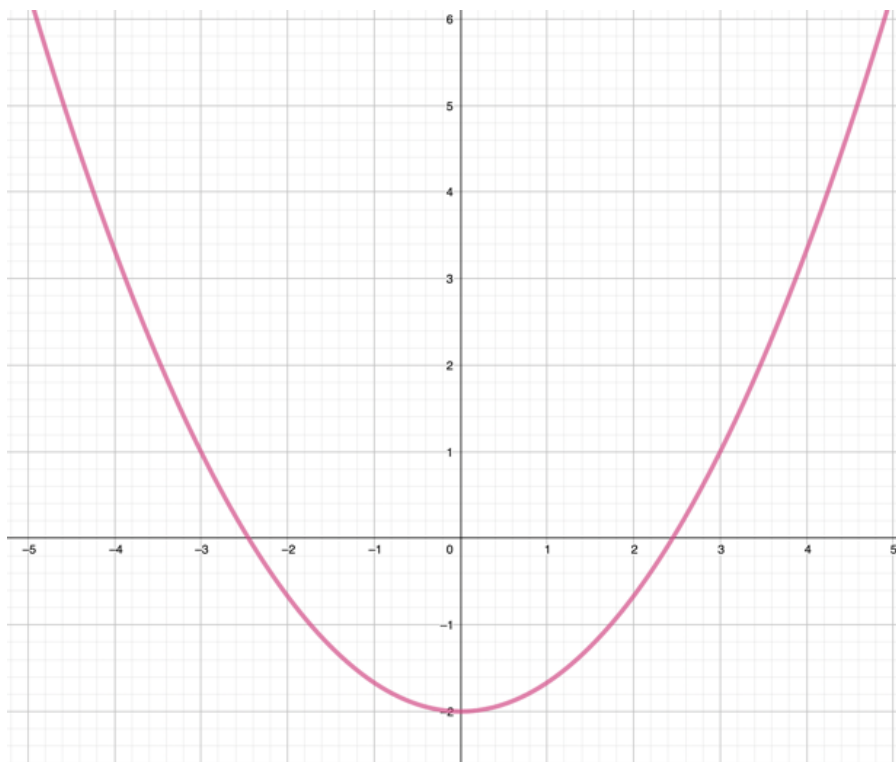
- 1) Quelle est l'image de 1 par f ? **4**
- 2) Donner le/les antécédent(s) de 0,5 par f .
-0,2 ; 0,3 ; 1,9
- 3) Quelle est l'image de $-0,5$ par f ? **2,5**
- 4) Donner la valeur de $f(0,5)$. **1,5**
- 5) Donner le/les antécédent(s) de 1 par f .
-0,3 ; 0,4 ; 1,8
- 6) Donner la valeur de $f(1,5)$. **4,7**
- 7) Compléter l'égalité suivante : $f(\mathbf{1}) = 4$
- 8) Donner le/les antécédent(s) de 0 par f . **0 ; 2**
- 9) Quelle est l'image de 0,5 par f ? **1,5**

Les Fonctions



Exercice 4

On a représenté ci-contre une fonction h .



1) Lire sur le graphique et compléter : $h(-4) = \dots$.

$$h(-4) = 3$$

$h(-4)$ signifie « l'image de -4 ».

2) Lire sur le graphique l'image de 0.

$$h(0) = -2$$

3) Lire sur le graphique les antécédents de 1.

$$h(-3) = h(3) = 1 \text{ donc } -3 \text{ et } 3 \text{ sont les antécédents de } 1.$$

4) Lire sur le graphique l'antécédent de -2.

$$h(0) = -2$$



Les Fonctions



Exercice 5

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x + \frac{1}{2}$.

1) Calculer $f(4)$.

$$f(4) = 2 \times 4 + \frac{1}{2}$$

$$f(4) = 8 + \frac{1}{2}$$

$$f(4) = 8 + 0,5$$

$$f(4) = 8,5$$

2) Quelle est l'image de 3 ?

$$f(3) = 2 \times 3 + \frac{1}{2}$$

$$f(3) = 6 + \frac{1}{2}$$

$$f(3) = 6,5$$

3) Quel est l'antécédant de 5 ?

$$2x + \frac{1}{2} = 5$$

$$2x + 0,5 = 5$$

$$2x + 0,5 - 0,5 = 5 - 0,5$$

$$2x = 4,5$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{4,5}{2}$$

$$x = 2,25$$



Les Fonctions

Exercice 6

Soit la fonction g la fonction qui à x associe l'expression $2x^2 - 1$.

1) Calculer $g(3)$.

$$g(3) = 2 \times 3^2 - 1$$

$$g(3) = 2 \times 9 - 1$$

$$g(3) = 17$$

2) $g(2) = 1$, vrai ou faux ? Justifier.

$$g(2) = 2 \times 2^2 - 1$$

$$g(2) = 2 \times 4 - 1$$

$$g(2) = 7 \neq 1$$

FAUX

3) Un antécédant de 7 est 2, vrai ou faux ?

C'est-à-dire $g(2) = 7$, vrai ou faux ?

VRAI (voir au-dessus)

4) Calculer l'image de -2 .

$$g(-2) = 2 \times (-2)^2 - 1$$

$$g(-2) = 2 \times 4 - 1$$

$$g(-2) = 7$$

Les Fonctions



Exercice 7

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5 \text{ et } g(x) = 9x + 5$$

- 1) Déterminer l'image de -1 par f puis l'image de 3 par g .

$$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) - 5$$

$$f(-1) = 2 \times 1 - 3 - 5$$

$$f(-1) = 2 - 3 - 5$$

$$f(-1) = 2 - 8$$

$$f(-1) = -6$$

$$g(3) = 9 \times 3 + 5$$

$$g(3) = 27 + 5$$

$$g(3) = 32$$

- 2) -5 est-il un antécédent de 0 par f ? Justifier.

Cela revient à se demander si 0 est l'image -5 .

$$f(-5) = 2 \times (-5)^2 + 3 \times (-5) - 5$$

$$f(-5) = 2 \times 25 - 15 - 5$$

$$f(-5) = 50 - 15 - 5$$

$$f(-5) = 35 - 5$$

$$f(-5) = 30$$

Donc l'image de -5 n'est pas 0 .



Les Fonctions

3) Déterminer l'antécédent de 12 par la fonction g .

$$g(x) = 9x + 5 = 12$$

$$9x + 5 = 12$$

$$9x + 5 - 5 = 12 - 5$$

$$9x = 12 - 5$$

$$9x = 7$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{7}{9}$$

$$x = \frac{7}{9}$$

$$x = \frac{7}{9}$$

