



LES FONCTIONS POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Récapitulatif de cours

Représentation graphique

Une fonction polynôme du second degré est une fonction du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ définie sur $\mathbb{R}$.

Sa courbe représentative est une parabole.

- Si $a > 0$, alors la parabole est dite « tête en bas » (exemple : la fonction carrée).
- Si $a < 0$, alors la parabole est dite « tête en haut ».

On appelle le point $S(\alpha ; \beta)$ le sommet de la parabole.

- Si la parabole est « tête en bas », alors le sommet est le point de la parabole ayant la plus basse ordonnée.
- Si la parabole est « tête en haut », alors le sommet est le point de la parabole ayant la plus haute ordonnée.

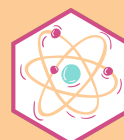
On a :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f(\alpha)$$

Les différentes formes d'expressions

L'expression d'une fonction polynôme de degré 2 peut être sous différentes formes :

- La forme développée : $f(x) = ax^2 + bx + c$
- La forme factorisée : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où x_1 et x_2 sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$, où les appelle aussi les racines de f .
- La forme canonique : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$





Les équations du second degré

Résoudre une équation du type $f(x) = 0$ avec f une fonction polynôme de degré 2 revient à résoudre une équation du second degré.

Une équation du second degré est donc du type :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Pour résoudre ce type d'équation, il nous faut dans un premier temps calculer le discriminant que l'on note Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions réelles x_1 et x_2 .

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, l'équation admet une unique solution réelle x_1 , on dit que c'est une racine double*.

$$x_1 = \frac{-b}{2a}$$

*La forme factorisée de la fonction f est alors $f(x) = a(x - x_1)^2$, on dit x_1 est une racine double car nous avons deux facteurs $(x - x_1)$.

- Si $\Delta < 0$, l'équation n'admet aucune solution réelle.

À noter :

Soit f une fonction polynôme du second degré.

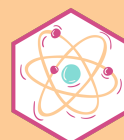
- S'il n'y a pas de solutions réelles de l'équation $f(x) = 0$ alors il n'y a pas de forme factorisée sur $\mathbb{R}$ de l'expression de f .
- S'il n'y a pas de forme factorisée sur $\mathbb{R}$ de l'expression de f , alors il n'y a pas de solutions réelles de l'équation $f(x) = 0$.

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Exercices

Exercice 1

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- $f(2) = 6$
- L'ordonnée à l'origine est 4.
- Le point $(1 ; 3)$ appartient à la représentation graphique de f .

Quelle est l'expression de la fonction f ?

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 20x + 4$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3

Résoudre l'équation du second degré suivante :

$$2x^2 - 8x + 3 = 0$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

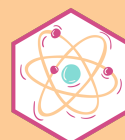
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- $f(2) = 6$
- L'ordonnée à l'origine est 4.
- Le point $(1 ; 3)$ appartient à la représentation graphique de f .

Quelle est l'expression de la fonction f ?

Une fonction polynôme du second degré est une fonction du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ définie sur $\mathbb{R}$. Nous devons donc trouver les valeurs de a , b et c .

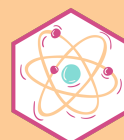
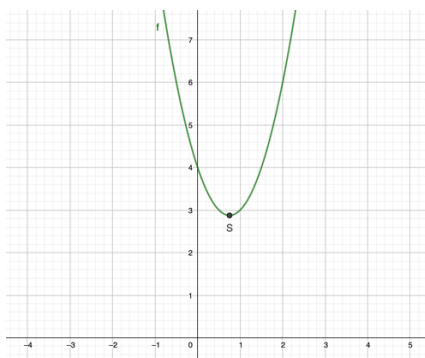
- Comme l'ordonnée à l'origine est 4, on a $f(0) = 4$.
Or, $f(0) = a \times 0^2 + b \times 0 + c = c$.
Donc $c = 4$.
- Comme $f(2) = 6$, on a $a \times 2^2 + b \times 2 + 4 = 6$, donc $4a + 2b + 4 = 6$.
- Comme le point $(1 ; 3)$ appartient à la représentation graphique de f , on a $f(1) = 3$, donc :
 $a \times 1^2 + b \times 1 + 4 = 3$, donc $a + b + 4 = 3$.

Pour trouver a et b , il nous faut maintenant résoudre un système à deux équations.

$$\begin{cases} a + b + 4 = 3 \\ 4a + 2b + 4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 4 - a = -a - 1 \\ 4a + 2(-a - 1) + 4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -a - 1 \\ 4a - 2a - 2 + 4 = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -a - 1 \\ 2a + 2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 - 1 \\ a = \frac{4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \\ a = 2 \end{cases}$$

Donc l'expression de la fonction f est $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$.





Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 20x + 4$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

1^{ère} méthode :

$$f(x) = 4x^2 - 20x + 4$$

$$f(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 - 5^2 + 4$$

$$f(x) = (2x - 5)^2 - 25 + 4$$

$$f(x) = (2x - 5)^2 - 21$$

$$f(x) = \left(2\left(x - \frac{5}{2}\right)\right)^2 - 21$$

$$f(x) = 2^2 \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 21$$

$$f(x) = 4 \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 21$$

2^{ème} méthode :

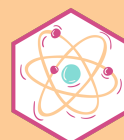
$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-20)}{2 \times 4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{5}{2}\right) = 4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 20 \times \frac{5}{2} + 4 = 4 \times \frac{25}{4} - 10 \times 5 + 4 = 25 - 50 + 4 = -21$$

Donc :

$$f(x) = 4 \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 21$$





Exercice 3

Résoudre l'équation du second degré suivante :

$$2x^2 - 8x + 3 = 0$$

Pour résoudre ce type d'équation, il nous faut dans un premier temps calculer le discriminant que l'on note Δ .

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 64 - 24 = 40 = (2\sqrt{10})^2 > 0$$

Donc l'équation admet deux solutions réelles x_1 et x_2 .

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) - 2\sqrt{10}}{2 \times 2} = \frac{8 - 2\sqrt{10}}{4} = \frac{4 - \sqrt{10}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) + 2\sqrt{10}}{2 \times 2} = \frac{8 + 2\sqrt{10}}{4} = \frac{4 + \sqrt{10}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{4 - \sqrt{10}}{2}; \frac{4 + \sqrt{10}}{2} \right\}$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

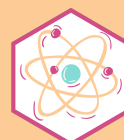
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LES FONCTIONS POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- $f(1) = 5$
- L'ordonnée à l'origine est 9.
- Le point $(-1 ; 11)$ appartient à la représentation graphique de f .

Quelle est l'expression de la fonction f ?

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 12x + 27$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3

Résoudre les équations du second degré suivantes :

$$2x^2 + 4x - 10 = 0$$

$$-2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$3x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

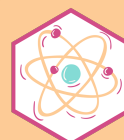
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- $f(1) = 5$
- L'ordonnée à l'origine est 9.
- Le point $(-1 ; 11)$ appartient à la représentation graphique de f .

Quelle est l'expression de la fonction f ?

Comme f est une fonction polynôme de degré 2, on a donc :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

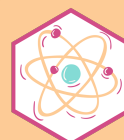
- L'ordonnée à l'origine est 9, donc $f(0) = 9$ donc $a \times 0 + b \times 0 + c = 9$ donc $c = 9$.
- $f(1) = 5$ donc $a \times 1 + b \times 1 + 9 = 5$ donc $a + b + 9 = 5$
- Le point $(-1 ; 11)$ appartient à la représentation graphique de f donc :

$$a \times (-1)^2 + b \times (-1) + 9 = 11 \text{ donc } a - b + 9 = 11$$

$$\begin{cases} a + b + 9 = 5 \\ a - b + 9 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 9 + 5 \\ a - b + 9 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 4 \\ -b - 4 - b + 9 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 4 \\ -2b + 5 = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 4 \\ -2b = 11 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 4 \\ -2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b - 4 \\ b = -\frac{6}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -(-3) - 4 \\ b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases}$$

Donc l'expression de la fonction f est $f(x) = -x^2 - 3x + 9$.



**Exercice 2**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 12x + 27$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

1^{ère} méthode :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2 \times 1} = 6$$

$$\beta = f(\alpha) = 6^2 - 12 \times 6 + 27 = -9$$

$$f(x) = (x - \alpha)^2 + \beta = (x - 6)^2 - 9$$

2^{ème} méthode :

$$f(x) = x^2 - 12x + 27$$

$$f(x) = x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2 - 6^2 + 27$$

$$f(x) = (x - 6)^2 - 36 + 27$$

$$f(x) = (x - 6)^2 - 9$$

Exercice 3

Résoudre les équations du second degré suivantes :

1^{ère} équation :

$$2x^2 + 4x - 10 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 2 \times (-10) = 16 + 80 = 96 = (4\sqrt{6})^2 > 0$$

Donc nous aurons deux solutions.

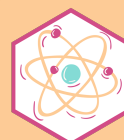
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-4 - 4\sqrt{6}}{2 \times 2} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-4 + 4\sqrt{6}}{2 \times 2}$$

$$x_1 = \frac{-4 - 4\sqrt{6}}{4} \quad x_2 = \frac{-4 + 4\sqrt{6}}{4}$$

$$x_1 = -1 - \sqrt{6} \quad x_2 = -1 + \sqrt{6}$$

$$S = \{-1 - \sqrt{6} ; -1 + \sqrt{6}\}$$





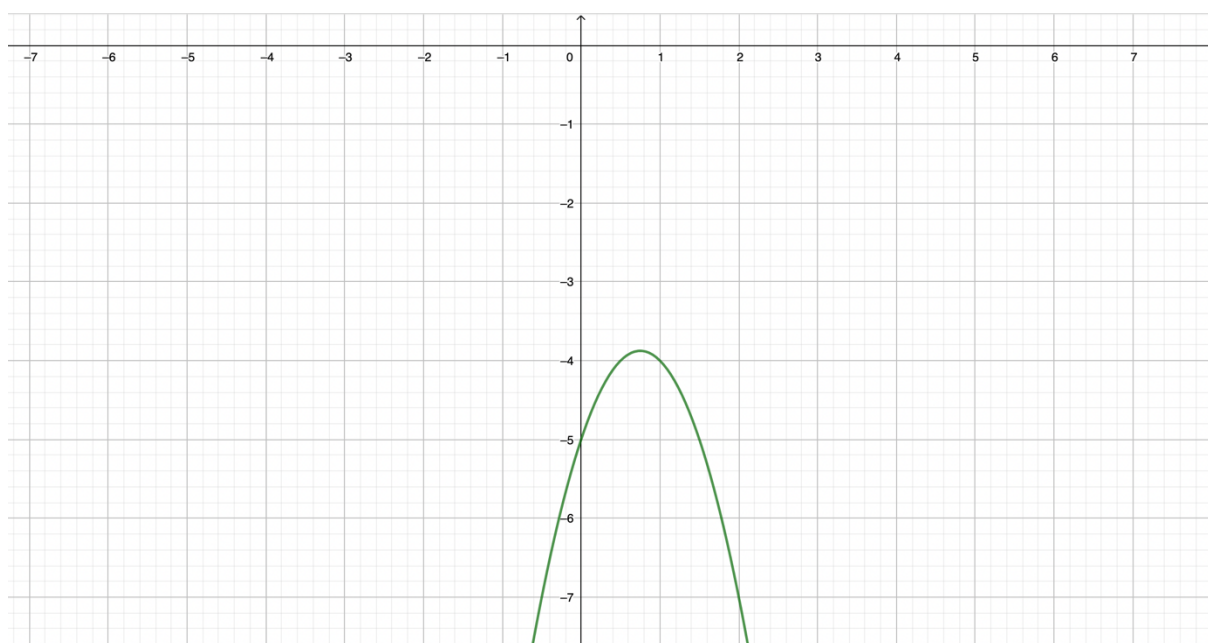
2^{ème} équation :

$$-2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times (-2) \times (-5) = 9 - 40 = -31 < 0$$

Donc il n'y a aucune solution.

$$S = \emptyset$$



3^{ème} équation :

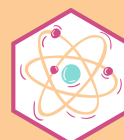
$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 9 + 40 = 49 = 7^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} & x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_1 &= \frac{-(-3) - 7}{2 \times 1} & \text{ou} & x_2 = \frac{-(-3) + 7}{2 \times 1} \\ x_1 &= \frac{3 - 7}{2} & & x_2 = \frac{3 + 7}{2} \\ x_1 &= -\frac{4}{2} & & x_2 = \frac{10}{2} \\ x_1 &= -2 & & x_2 = 5 \end{aligned}$$

$$S = \{-2 ; 5\}$$





4^{ème} équation :

$$3x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 3 \times 3 = 9 - 36 = -27 < 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Donc il n'y a aucune solution.

$$S = \emptyset$$

5^{ème} équation :

$$3x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 3 = 36 - 36 = 0$$

Donc il n'y a qu'une solution.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$$

$$S = \{1\}$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

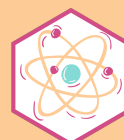
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LES FONCTIONS POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- $f(2) = -13$
- L'ordonnée à l'origine est -5 .
- Le point $(3 ; -26)$ appartient à la représentation graphique de f .

Quelle est l'expression de la fonction f ?

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 16x^2 - 48x + 34$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3

Résoudre l'équation du second degré suivante :

$$5x^2 + 3x - 2 = 0$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

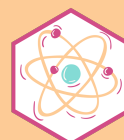
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$.

On sait que :

- $f(2) = -13$
- L'ordonnée à l'origine est -5 .
- Le point $(3 ; -26)$ appartient à la représentation graphique de f .

Quelle est l'expression de la fonction f ?

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- Comme l'ordonnée à l'origine est -5 on sait que l'image de 0 est -5 .

$$f(0) = a \times 0^2 + b \times 0 + c = -5 \text{ donc } c = -5$$

- Comme $f(2) = -13$, on a :

$$f(2) = a \times 2^2 + b \times 2 - 5 = -13 \text{ donc } 4a + 2b - 5 = -13$$

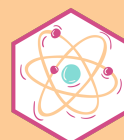
- Comme le point $(3 ; -26)$ appartient à la représentation graphique de f on a que $f(3) = -26$, et donc :

$$f(3) = a \times 3^2 + b \times 3 - 5 = -26 \text{ donc } 9a + 3b - 5 = -26$$

On peut donc résoudre le système suivant :

$$\begin{aligned} \begin{cases} 9a + 3b - 5 = -26 \\ 4a + 2b - 5 = -13 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3b - 5 = -26 \\ 4a + 2b = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3b - 5 = -26 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 3(-4 - 2a) - 5 = -26 \\ b = -4 - 2a \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 9a - 12 - 6a - 5 = -26 \\ b = -4 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 17 = -26 \\ b = -4 - 2a \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -26 + 17 \\ b = -4 - 2a \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -9 \\ b = -4 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-9}{3} = -3 \\ b = -4 - 2 \times (-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -4 + 6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$f(x) = -3x^2 + 2x - 5$$





Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 16x^2 - 48x + 34$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

1^{ère} méthode :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{48}{2 \times 16} = \frac{6 \times 8}{2 \times 2 \times 8} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$\beta = f(\alpha) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 16 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 48 \times \frac{3}{2} + 34 = 16 \times \frac{9}{4} - 24 \times 3 + 34 = 36 - 72 + 34 = -2$$

La forme canonique est :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 16\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 2$$

2^{ème} méthode :

$$f(x) = 16x^2 - 48x + 34$$

$$f(x) = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 6 + 6^2 - 6^2 + 34$$

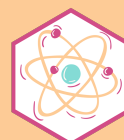
$$f(x) = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 6 + 6^2 - 6^2 + 34$$

$$f(x) = (4x - 6)^2 - 36 + 34$$

$$f(x) = \left(4\left(x - \frac{6}{4}\right)\right)^2 - 2$$

$$f(x) = 4^2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 2$$

$$f(x) = 16\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 2$$





Exercice 3

Résoudre l'équation du second degré suivante :

$$5x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 9 + 40 = 49 = 7^2$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 7}{2 \times 5} = -\frac{10}{10} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 7}{2 \times 5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$S = \left\{ -1 ; -\frac{2}{5} \right\}$$

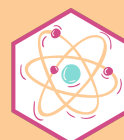
Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LA FONCTION POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes.

1)

$$A = x^2 - 36$$

2)

$$B = 9x^2 - 25$$

3)

$$C = 1 - 4y^2$$

4)

$$D = (-2x + 1)^2 - 4$$

5)

$$E = 25 - (2x + 5)^2$$

6)

$$F = 7 - (x + 1)^2$$

7)

$$G = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$$

8)

$$H = (3x + 1)^2 - (x - 7)^2$$

Exercice 2

Donner la forme canonique des fonctions polynômes de degré 2 suivantes, puis donner les valeurs de a , α et β .

1)

$$f(x) = 4x^2 - 8x + 6$$

2)

$$g(x) = 9x^2 - 30x + 25$$

3)

$$h(x) = 49x^2 + 14x + 21$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

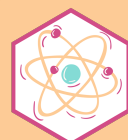
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Factoriser les expressions suivantes.

1)

$$A = x^2 - 36$$
$$A = (x + 6)(x - 6)$$

2)

$$B = 9x^2 - 25$$
$$B = (3x + 5)(3x - 5)$$

3)

$$C = 1 - 4y^2$$
$$C = (1 - 2y)(1 + 2y)$$

4)

$$D = (-2x + 1)^2 - 4$$
$$D = (-2x + 1 - 2)(-2x + 1 + 2)$$
$$D = (-2x - 1)(-2x + 3)$$

5)

$$E = 25 - (2x + 5)^2$$
$$E = (5 - (2x + 5))(5 + (2x + 5))$$
$$E = (5 - 2x - 5)(5 + 2x + 5)$$
$$E = -2x(2x + 10)$$

6)

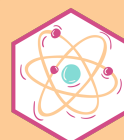
$$F = 7 - (x + 1)^2$$
$$F = (\sqrt{7} - (x + 1))(\sqrt{7} + (x + 1))$$
$$F = (-x + \sqrt{7} - 1)(x + \sqrt{7} + 1)$$

7)

$$G = (2x - 3)^2 - (x + 1)^2$$
$$G = ((2x - 3) - (x + 1))((2x - 3) + (x + 1))$$
$$G = (2x - 3 - x - 1)(2x - 3 + x + 1)$$
$$G = (x - 4)(3x - 2)$$

8)

$$H = (3x + 1)^2 - (x - 7)^2$$
$$H = (3x + 1 - (x - 7))(3x + 1 + x - 7)$$
$$H = (3x + 1 - x + 7)(3x + 1 + x - 7)$$
$$H = (2x + 8)(4x - 6)$$





Exercice 2

Donner la forme canonique des fonctions polynômes de degré 2 suivantes, puis donner les valeurs de a , α et β .

1)

$$f(x) = 4x^2 - 8x + 6$$

Il faut faire apparaître $a^2 - 2ab + b^2$.

Ici, on constate que $a^2 = 4x^2$ et $2ab = 8x$.

Donc $a = 2x$ et $2ab = 2 \times 2x \times b = 8x$.

Donc $4x \times b = 8x$ et donc $b = 2$.

$$f(x) = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 2 + 2^2 - 4 + 6$$

$$f(x) = (2x - 2)^2 + 2$$

$$f(x) = (2(x - 1))^2 + 2$$

$$f(x) = 4(x - 1)^2 + 2$$

Une forme canonique est sous la forme $a(x - \alpha)^2 + \beta$.

$$a = 4, \alpha = 1 \text{ et } \beta = 2$$

2)

$$g(x) = 9x^2 - 30x + 25$$

$$g(x) = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 - 25 + 25$$

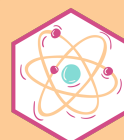
$$g(x) = (3x - 5)^2$$

$$g(x) = \left(3 \left(x - \frac{5}{3}\right)\right)^2$$

$$g(x) = 3^2 \left(x - \frac{5}{3}\right)^2$$

$$g(x) = 9 \left(x - \frac{5}{3}\right)^2$$

$$a = 9, \alpha = \frac{5}{3} \text{ et } \beta = 0$$





3)

$$h(x) = 49x^2 + 14x + 21$$

$$h(x) = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 1 + 1 - 1 + 21$$

$$h(x) = (7x + 1)^2 + 20$$

$$h(x) = \left(7\left(x + \frac{1}{7}\right)\right)^2 + 20$$

$$h(x) = 49\left(x + \frac{1}{7}\right)^2 + 20$$

$$a = 49, \alpha = -\frac{1}{7} \text{ et } \beta = 20$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

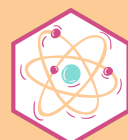
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LA FONCTION POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Donner la forme canonique des fonctions polynômes de degré 2 suivantes, puis donner les valeurs de a , α et β .

1)

$$i(x) = 16x^2 - 32x + 15$$

2)

$$j(x) = 25x^2 - 40x + 52$$

3)

$$k(x) = 5x^2 - 20x - 15$$

Exercice 2

Résoudre les équations du second degré suivantes.

1)

$$4x^2 + 3x - 9 = 0$$

2)

$$-3x^2 - 6x + 2 = 0$$

3)

$$-5x^2 + 2x + 7 = 0$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

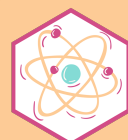
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Donner la forme canonique des fonctions polynômes de degré 2 suivantes, puis donner les valeurs de a , α et β .

1)

$$i(x) = 16x^2 - 32x + 15$$

$$i(x) = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 4 + 4^2 - 4^2 + 15$$

$$i(x) = (4x - 4)^2 - 16 + 15$$

$$i(x) = (4(x - 1))^2 - 1$$

$$i(x) = 4^2(x - 1)^2 - 1$$

$$i(x) = 16(x - 1)^2 - 1$$

$$a = 16 ; \alpha = 1 ; \beta = -1$$

2)

$$j(x) = 25x^2 - 40x + 52$$

$$j(x) = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 4 + 4^2 - 4^2 + 52$$

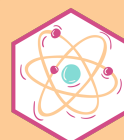
$$j(x) = (5x - 4)^2 + 36$$

$$j(x) = \left(5\left(x - \frac{4}{5}\right)\right)^2 + 36$$

$$j(x) = 5^2 \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + 36$$

$$j(x) = 25 \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + 36$$

$$a = 25 ; \alpha = \frac{4}{5} ; \beta = 36$$





3)

$$k(x) = 5x^2 - 20x - 15$$

$$20 = \sqrt{400} = \sqrt{4 \times 100} = 2\sqrt{100} = 2\sqrt{5 \times 20} = 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{20}$$

$$k(x) = (\sqrt{5}x)^2 - 2 \times \sqrt{5}x \times \sqrt{20} + \sqrt{20}^2 - \sqrt{20}^2 - 15$$

$$k(x) = (\sqrt{5}x - \sqrt{20})^2 - 20 - 15$$

$$k(x) = (\sqrt{5}(x - 2))^2 - 35$$

$$k(x) = 5(x - 2)^2 - 35$$

$$a = 5 ; \alpha = 2 ; \beta = -35$$

Exercice 2

Résoudre les équations du second degré suivantes.

1)

$$4x^2 + 3x - 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4 \times (-9) = 9 + 144 = 153 > 0$$

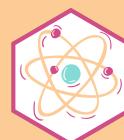
Donc il y a deux solutions réelles.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{153}}{2 \times 4} \text{ ou } x_2 = \frac{-3 + \sqrt{153}}{2 \times 4}$$

$$x_1 = \frac{-3 - 3\sqrt{17}}{8} \quad x_2 = \frac{-3 + 3\sqrt{17}}{8}$$

$$S = \left\{ \frac{-3 - 3\sqrt{17}}{8} ; \frac{-3 + 3\sqrt{17}}{8} \right\}$$





2)

$$-3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-3) \times 2 = 36 + 24 = 60 = (2\sqrt{15})^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions réelles.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} & x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_1 &= \frac{6 - \sqrt{60}}{2 \times (-3)} & \text{ou} & x_2 = \frac{6 + \sqrt{60}}{2 \times (-3)} \\ x_1 &= \frac{6 - 2\sqrt{15}}{-6} & & x_2 = \frac{6 + 2\sqrt{15}}{-6} \\ x_1 &= \frac{-3 + \sqrt{15}}{3} & & x_2 = \frac{-3 - \sqrt{15}}{3} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \frac{-3 - \sqrt{15}}{3} ; \frac{-3 + \sqrt{15}}{3} \right\}$$

3)

$$-5x^2 + 2x + 7 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times (-5) \times 7 = 4 + 140 = 144 = 12^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions réelles.

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} & x_2 &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_1 &= \frac{-2 - 12}{2 \times (-5)} & \text{ou} & x_2 = \frac{-2 + 12}{2 \times (-5)} \\ x_1 &= \frac{-14}{-10} & & x_2 = \frac{10}{-10} \\ x_1 &= \frac{7}{5} & & x_2 = -1 \end{aligned}$$

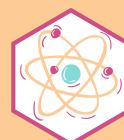
$$S = \left\{ -1 ; \frac{7}{5} \right\}$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars





LES FONCTIONS POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Résoudre l'inéquation suivante.

$$\frac{4x^2 - 3x + 2}{5x^2 + 3x - 1} > 0$$

Exercice 2

Résoudre l'inéquation suivante.

$$\frac{-2x^2 - 5x + 9}{(2x - 3)(x^2 + 6 - 2x)} \leq 0$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

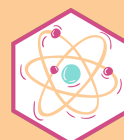
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Résoudre l'inéquation suivante.

$$\frac{4x^2 - 3x + 2}{5x^2 + 3x - 1} > 0$$

❖ Cherchons les valeurs interdites.

$$5x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 9 + 20 = 29 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{29}}{2 \times 5} \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{29}}{2 \times 5}$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{29}}{10} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{29}}{10}$$

❖ Cherchons les valeurs qui annulent le numérateur.

$$4x^2 - 3x + 2 = 0$$

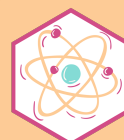
$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 4 \times 2 = 9 - 32 = -23 < 0$$

Donc il n'y a pas de solutions, cela signifie que la courbe ne passe pas l'axe des abscisses et que la fonction est toujours du signe de a . Donc le numérateur est strictement positif pour tout x .

❖ Dresser le tableau de signe de notre quotient.

x	$-\infty$	$\frac{-3 - \sqrt{29}}{10}$	$\frac{-3 + \sqrt{29}}{10}$	$+\infty$
$4x^2 - 3x + 2$	+	+	+	+
$5x^2 + 3x - 1$	+	-	+	+
$\frac{4x^2 - 3x + 2}{5x^2 + 3x - 1}$	+	-	+	+

$$S = \left] -\infty ; \frac{-3 - \sqrt{29}}{10} \right[\cup \left] \frac{-3 + \sqrt{29}}{10} ; +\infty \right[$$





Exercice 2

Résoudre l'inéquation suivante.

$$\frac{-2x^2 - 5x + 9}{(2x - 3)(x^2 + 6 - 2x)} \leq 0$$

❖ Cherchons les valeurs interdites.

$$2x - 3 = 0 \text{ donc } x = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + 6 - 2x = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 4 - 24 = -20 < 0$$

Donc il n'y a pas de solution.

La valeur interdite est $\frac{3}{2}$.

❖ Cherchons les valeurs qui annulent le numérateur.

$$-2x^2 - 5x + 9 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times (-2) \times 9 = 25 + 72 = 97 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{97}}{-2 \times 2} \quad x_2 = \frac{-5 + \sqrt{97}}{-2 \times 2}$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{97}}{4} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

❖ Dresser le tableau de signe de notre quotient.

x	$-\infty$	$\frac{5 - \sqrt{97}}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5 + \sqrt{97}}{4}$	$+\infty$
$-2x^2 - 5x + 9$	—	○	+	+	—
$2x - 3$	—		—	+	+
$x^2 + 6 - 2x$	+		+	+	+
$\frac{-2x^2 - 5x + 9}{(2x - 3)(x^2 + 6 - 2x)}$	+	○	—	+	—

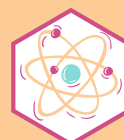
$$S = \left[\frac{5 - \sqrt{97}}{4}; \frac{3}{2} \right[\cup \left[\frac{5 + \sqrt{97}}{4}; +\infty \right[$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars





LES FONCTIONS POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Laquelle de ces égalités est vraie pour tout nombre réel x ?

$$x^2 + 3x = (x + 6)^2 - 36 ; x^2 - 5x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} ; x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 64$$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 72x + 27$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 40x + 31$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 24x + 15$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

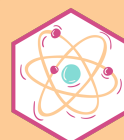
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Laquelle de ces égalités est vraie pour tout nombre réel x ?

$$x^2 + 3x = (x + 6)^2 - 36 ; x^2 - 5x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} ; x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 64$$

$$(x + 6)^2 - 36 = x^2 + 12x + 6^2 - 36 = x^2 + 12x$$

Donc ce n'est pas la première égalité.

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = x^2 - 5x + \frac{5^2}{2^2} - \frac{25}{4} = x^2 - 5x$$

Donc l'égalité est vraie.

$$(x + 4)^2 - 64 = x^2 + 8x + 4^2 - 64 = x^2 + 8x - 48$$

Donc l'égalité est fausse.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 72x + 27$.

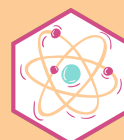
Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

$$f(x) = x^2 - 72x + 27$$

$$f(x) = x^2 - 2 \times x \times 36 + 27$$

$$f(x) = (x^2 - 2 \times x \times 36 + 36^2) - 36^2 + 27$$

$$f(x) = (x - 36)^2 - 1269$$





Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 40x + 31$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

$$f(x) = 4x^2 - 40x + 31$$

$$f(x) = ((2x)^2 - 2 \times 2x \times 10 + 10^2) - 100 + 31$$

$$f(x) = (2x - 10)^2 - 69$$

$$f(x) = (2(x - 5))^2 - 69$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$f(x) = 2^2(x - 5)^2 + 6$$

$$f(x) = 4(x - 5)^2 + 6$$

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 24x + 15$.

Donner la forme canonique de cette fonction en utilisant deux méthodes différentes.

$$f(x) = 4x^2 + 24x + 15$$

$$f(x) = ((2x)^2 + 2 \times 2x \times 6 + 36) - 36 + 15$$

$$f(x) = (2x + 6)^2 - 21$$

$$f(x) = (2(x + 3))^2 - 21$$

$$f(x) = 4(x + 3)^2 - 21$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

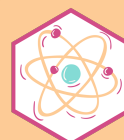
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LA FONCTION POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

1)

$$4x^2 - 8x + 6 = 0$$

2)

$$9x^2 - 30x + 25 = 0$$

3)

$$49x^2 + 14x + 21 = 0$$

4)

$$48x + 64x^2 - 6 = 0$$

5)

$$-5 - 56x + 49x^2 = 0$$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions, donner les coordonnées de son sommet et établir le tableau de variation de la fonction.

1)

$$f(x) = 2x^2 - 5x - 8$$

2)

$$g(x) = -3x^2 - 4x + 100$$

3)

$$h(x) = 8x^2 + 7x + 2$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

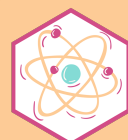
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

1)

$$4x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times 4 \times 6 = 64 - 96 = -32 < 0$$

Donc il n'y a pas de solution.

$$S = \emptyset$$

2)

$$9x^2 - 30x + 25 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 30^2 - 4 \times 9 \times 25 = 0$$

Donc il y a une solution (une racine double).

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{30}{2 \times 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

3)

$$49x^2 + 14x + 21 = 0$$

$$\Delta = 14^2 - 4 \times 49 \times 21 = -3920 < 0$$

Donc il n'y a pas de solution.

$$S = \emptyset$$

4)

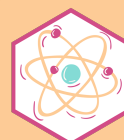
$$48x + 64x^2 - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 48^2 - 4 \times 64 \times (-6) = 3840 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-48 - \sqrt{3840}}{2 \times 64} = \frac{-3 - \sqrt{15}}{8} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-48 + \sqrt{3840}}{2 \times 64} = \frac{-3 + \sqrt{15}}{8}$$

$$S = \left\{ \frac{-3 - \sqrt{15}}{8}; \frac{-3 + \sqrt{15}}{8} \right\}$$





5)

$$-5 - 56x + 49x^2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-56)^2 - 4 \times 49 \times (-5) = 4116 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-56 - \sqrt{4116}}{2 \times 49} = \frac{-4 - \sqrt{21}}{7} \quad \text{ou} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-56 + \sqrt{4116}}{2 \times 49} = \frac{-4 + \sqrt{21}}{7}$$

$$S = \left\{ \frac{-4 - \sqrt{21}}{7}; \frac{-4 + \sqrt{21}}{7} \right\}$$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions, donner les coordonnées de son sommet et établir le tableau de variation de la fonction.

1)

$$f(x) = 2x^2 - 5x - 8$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4}$$

$$\beta = f(\alpha) = 2 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5 \times \left(\frac{5}{4}\right) - 8 = 2 \times \frac{25}{16} - \frac{25}{4} - 8 = \frac{25}{8} - \frac{50}{8} - \frac{64}{8} = -\frac{89}{8}$$

Comme $a = 2 > 0$, la parabole est tête en bas, et donc d'abord décroissante puis croissante.

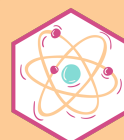
x	$-\infty$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
f		$-\frac{89}{8}$	

2)

$$g(x) = -3x^2 - 4x + 100$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$\beta = f(\alpha) = -3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 100 = \frac{304}{3}$$





Comme $a = -3 < 0$, la parabole est tête en haut, et donc d'abord croissante puis décroissante.

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
g		$\frac{304}{3}$	

3)

$$h(x) = 8x^2 + 7x + 2$$

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{7}{16}$$

$$\beta = f(\alpha) = 8 \times \left(-\frac{7}{16}\right)^2 + 7 \times \left(-\frac{7}{16}\right) + 2 = \frac{15}{32}$$

Comme $a = 8 > 0$, la parabole est tête en bas, et donc d'abord décroissante puis croissante.

x	$-\infty$	$-\frac{7}{16}$	$+\infty$
h		$\frac{15}{32}$	

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

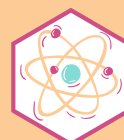
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LA FONCTION POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Exercices

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$-2x^2 + x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 2x - 1 = 0$$

Exercice 2

Le champ d'un agriculteur est un rectangle deux fois plus long que large. Si l'on ajoute 5 mètres à sa longueur et 20 mètres à sa largeur, on obtient une parcelle rectangulaire dont l'aire est un hectare, soit $10\,000\text{ m}^2$. Quelle est la superficie de ce champ ?

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$5x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$2x^2 + 4 = -6x$$

$$x(2x + 1) = 1$$

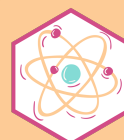
$$x^2 = -5x - 1$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars





Corrigés

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$-2x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (-2) \times (-1) = 1 - 8 = -7 < 0$$

Donc il n'y a pas de solution dans $\mathbb{R}$.

$$S = \emptyset$$

$$2x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 4 + 8 = 12 > 0$$

Donc il y a deux solutions dans $\mathbb{R}$.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2 \times 2} = \frac{2 - \sqrt{4 \times 3}}{2 \times 2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2 \times 2} = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2 \times 2} = \frac{2 + \sqrt{4 \times 3}}{2 \times 2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2 \times 2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{3}}{2}; \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \right\}$$

Exercice 2

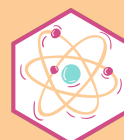
Le champ d'un agriculteur est un rectangle deux fois plus long que large. Si l'on ajoute 5 mètres à sa longueur et 20 mètres à sa largeur, on obtient une parcelle rectangulaire dont l'aire est un hectare, soit $10\,000 \text{ m}^2$. Quelle est la superficie de ce champ ?

Soit $x \in \mathbb{R}^{+*}$ la largeur en m .

On a alors une longueur de $2x \text{ m}$.

La parcelle dont l'aire est d'un hectare a pour longueur $2x + 5 \text{ m}$ et pour largeur $x + 20 \text{ m}$.

$$A_{\text{parcelle}}(x) = (2x + 5)(x + 20)$$





$$(2x + 5)(x + 20) = 10\,000$$

$$2x \times x + 2x \times 20 + 5 \times x + 5 \times 20 = 10\,000$$

$$2x^2 + 40x + 5x + 100 = 10\,000$$

$$2x^2 + 40x + 5x + 100 = 10\,000$$

$$2x^2 + 45x + 100 = 10\,000$$

$$2x^2 + 45x + 100 - 10\,000 = 0$$

$$2x^2 + 45x - 9\,900 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 45^2 - 4 \times 2 \times (-9\,900) = 81\,225 = 285^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions dans $\mathbb{R}$. (Attention, nous prendrons uniquement la/les solutions dans $\mathbb{R}^{+*}$)

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-45 - 285}{2 \times 2} = -\frac{165}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-45 + 285}{2 \times 2} = 60$$

$$S = \{60\}$$

$$S_{\text{champ}} = 2 \times 60 \times 60 = 7\,200 \text{ m}^2$$

Le champ a une superficie de $7\,200 \text{ m}^2$.

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

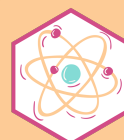
$$5x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 5 \times 1 = -15 < 0$$

Donc il n'y a pas de solution dans $\mathbb{R}$.

$$S = \emptyset$$





$$2x^2 + 4 = -6x$$

$$2x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \times 2 \times 4 = 4 = 2^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions dans $\mathbb{R}$.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - 2}{2 \times 2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + 2}{2 \times 2} = 2$$

$$S = \{1; 2\}$$

$$x(2x + 1) = 1$$

$$2x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 9 = 3^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions dans $\mathbb{R}$.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 3}{2 \times 2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 3}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$$

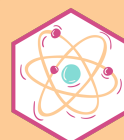
$$x^2 = -5x - 1$$

$$-x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 21 > 0$$

Donc il y a deux solutions dans $\mathbb{R}$.





$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - \sqrt{21}}{2 \times (-1)} = \frac{5 - \sqrt{21}}{-2} = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{21}}{2 \times (-1)} = \frac{5 + \sqrt{21}}{-2} = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} ; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} \right\}$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

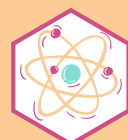
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction,
même partielle, autres que celles prévues
à l'article L 122-5 du code de la
propriété intellectuelle, ne peut être faite
de ce support sans l'autorisation
expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LES FONCTIONS POLYNÔMES

Exercices

Exercice 1

Déterminer le signe des expressions suivantes (le résultat sera présenté sous forme d'un tableau).

$$-4x^2 + 3x + 1$$

$$2x^2 + 12x + 18$$

$$x^2 + 4x + 5$$

$$-4x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times (-4) \times 1 = 9 + 16 = 25 = 5^2 > 0$$

Donc il y a deux racines réelles.

$$x_1 = \frac{-3 - 5}{2 \times (-4)} = \frac{-8}{-8} = 1$$

$$x_2 = \frac{-3 + 5}{2 \times (-4)} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	1	$+\infty$	
$-4x^2 + 3x + 1$	$-$		$+$		$-$

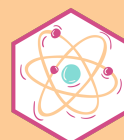
$$2x^2 + 12x + 18 = 0$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \times 2 \times 18 = 144 - 144 = 0$$

Donc il y a qu'une seule racine réelle (ce sera une racine double).

$$x = \frac{-12}{2 \times 2} = -3$$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$2x^2 + 12x + 18$	+	○	+





$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$$

Donc il n'y a aucune racine réelle.

x	$-\infty$	$+\infty$
$x^2 + 4x + 5$	+	

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes.

$$-5x^2 + 4x + 2 < 0$$

$$x^2 - 2x \geq 4$$

$$x(3x - 1) > 18$$

$$-5x^2 + 4x + 2 < 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times (-5) \times 2 = 56 > 0$$

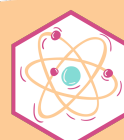
Donc il y a deux racines réelles.

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{56}}{2 \times (-5)} = \frac{-4 - 2\sqrt{14}}{-10} = \frac{2 + \sqrt{14}}{5}$$

$$x_2 = \frac{-4 + \sqrt{56}}{2 \times (-5)} = \frac{-4 + 2\sqrt{14}}{-10} = \frac{2 - \sqrt{14}}{5}$$

x	$-\infty$	$\frac{2 - \sqrt{14}}{5}$	$\frac{2 + \sqrt{14}}{5}$	$+\infty$	
$-5x^2 + 4x + 2$	$-$	$\bigcirc$	$+$	$\bigcirc$	$-$

$$S = \left] -\infty ; \frac{2 - \sqrt{14}}{5} \right[\cup \left] \frac{2 + \sqrt{14}}{5} ; +\infty \right[$$





$$x^2 - 2x \geq 4$$

$$x^2 - 2x - 4 \geq 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 20 > 0$$

Donc il y a deux racines réelles.

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{20}}{2 \times 1} = \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{2 + \sqrt{20}}{2 \times 1} = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{5}$	$1 + \sqrt{5}$	$+\infty$	
$x^2 - 2x - 4$	+		-		+

$$S =]-\infty; 1 - \sqrt{5}] \cup [1 + \sqrt{5}; +\infty[$$

$$x(3x - 1) > 18$$

$$3x^2 - x - 18 > 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-18) = 217 > 0$$

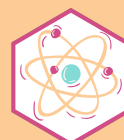
Donc il y a deux racines réelles.

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{217}}{2 \times 3} = \frac{1 - \sqrt{217}}{6}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{217}}{2 \times 3} = \frac{1 + \sqrt{217}}{6}$$

x	$-\infty$	$\frac{1 - \sqrt{217}}{6}$	$\frac{1 + \sqrt{217}}{6}$	$+\infty$
$3x^2 - x - 18$	+	-	+	

$$S = \left] -\infty; \frac{1 - \sqrt{217}}{6} \right] \cup \left[\frac{1 + \sqrt{217}}{6}; +\infty \right[$$





Exercice 3

Résoudre l'inéquation suivante.

$$\frac{(x-5)(-4x^2-2x+3)}{5x^2-4x+3} < 0$$

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

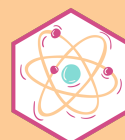
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'autrice.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





LES FONCTIONS POLYNÔMES

Exercices

Exercice 1

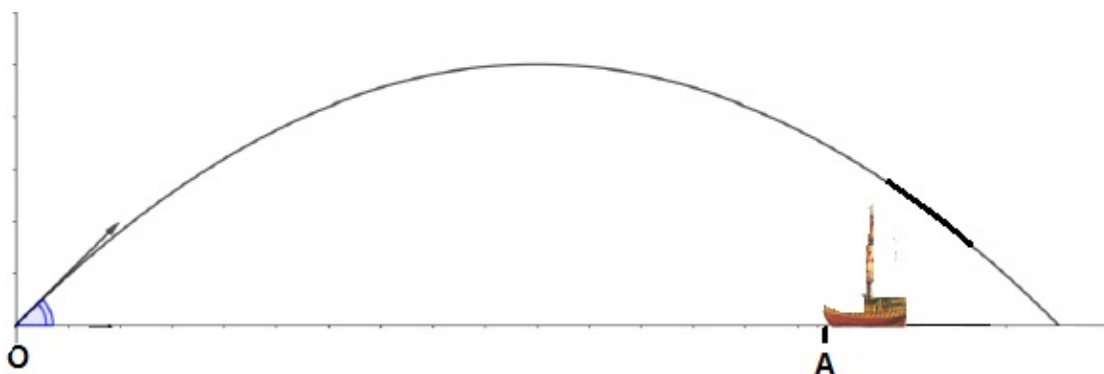
Un groupe d'amis a gagné les 2 millions d'euros de la cagnotte du Loto.

Ils se partagent équitablement le gain. Combien sont-ils sachant que l'un d'eux affirme : « Si nous avions été 5 de moins, nous aurions gagné chacun 20 000 € de plus » ?

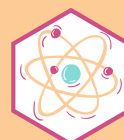
Exercice 2

Un canon (placé en O) tire des boulets et dans le plan de la trajectoire du boulet, la position du boulet dans le repère ci-dessous (l'unité étant le mètre) est donnée par l'équation :

$$y = -\frac{1}{4000}x^2 + x$$



- 1) Quelle est l'altitude maximale atteinte par le boulet ?
- 2) Une caravelle de 30 mètres de longueur est située à 3,96 km du tir (distance OA). De plus en son milieu, elle possède un mât de 28 mètres de hauteur. Va-t-elle être touchée par le boulet canon ?





Exercice 3

Une athlète lance un javelot à l'instant $t = 0$.

La hauteur $h(t)$, en mètre, à l'instant t , en seconde, du centre de gravité est :

$$h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2$$

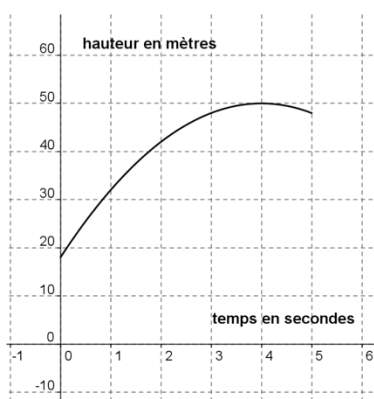
La hauteur est mesurée à partir du sol.

- 1) À quel instant le javelot est-il au plus haut ?
- 2) Le javelot atteindra-t-il une hauteur de 32 m ? À quels instants ?
- 3) Le javelot atteindra-t-il une hauteur de 35 m ?
- 4) À quel instant le javelot touchera-t-il le sol ?

Exercice 4

On modélise la trajectoire d'une fusée de feu d'artifice par l'arc de parabole représenté ci-contre.

La fusée explose 5 secondes après son lancement.



On note h la fonction qui exprime la hauteur de la fusée en fonction du temps :

$$h(t) = -2t^2 + 16t + 18$$

- 1) De quelle hauteur est lancée la fusée ? (Justifier)
- 2) Donner le tableau de variations de h . Quelle hauteur maximale va-t-elle atteindre ?
- 3) Si la fusée n'avait pas explosé, combien de temps après son lancement serait-elle retombée au sol ?

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

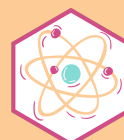
poppy-sciences.com

“

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

”





Corrigés

Exercice 1

Un groupe d'amis a gagné les 2 millions d'euros de la cagnotte du Loto.

Ils se partagent équitablement le gain. Combien sont-ils sachant que l'un d'eux affirme : « Si nous avions été 5 de moins, nous aurions gagné chacun 20 000 € de plus » ?

La somme gagnée est de 2 000 000€.

Soit n le nombre d'amis qui ont participé.

On trouve alors que le gain par personne est de :

$$\frac{2\,000\,000}{n}$$

S'ils avaient été $n - 5$ personnes, ils auraient gagné 20 000€ de plus.

Le gain par personnes aurait donc été de :

$$\frac{2\,000\,000}{n} + 20\,000$$

Pour finir, on aurait eu $n - 5$ personnes qui auraient gagné chacune $\frac{2\,000\,000}{n} + 20\,000$ € et le total de cette somme est toujours de 2 000 000 €.

On a donc l'équation suivante :

$$(n - 5) \left(\frac{2\,000\,000}{n} + 20\,000 \right) = 2\,000\,000$$

$$(n - 5) \left(\frac{2\,000\,000}{n} + 20\,000 \right) = 2\,000\,000$$

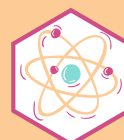
$$n \times \frac{2\,000\,000}{n} + 20\,000n - 5 \times \frac{2\,000\,000}{n} - 5 \times 20\,000 = 2\,000\,000$$

$$2\,000\,000 + 20\,000n - \frac{10\,000\,000}{n} - 100\,000 = 2\,000\,000$$

$$20\,000n - 100\,000 - \frac{10\,000\,000}{n} = 0$$

Comme n est un entier strictement supérieur à 5, nous pouvons diviser par n ($n \neq 0$).

$$20\,000n^2 - 100\,000n - 10\,000\,000 = 0$$





$$\Delta = (-100\,000)^2 - 4 \times 20\,000 \times (-10\,000\,000) = 8,1 \times 10^{11} = 900\,000^2 > 0$$

$$n_1 = \frac{100\,000 - 900\,000}{40\,000} = \frac{-800\,000}{40\,000} = -20$$

$$n_2 = \frac{100\,000 + 900\,000}{40\,000} = \frac{1\,000\,000}{40\,000} = 25$$

Comme $n > 5$, nous n'avons qu'une seule solution.

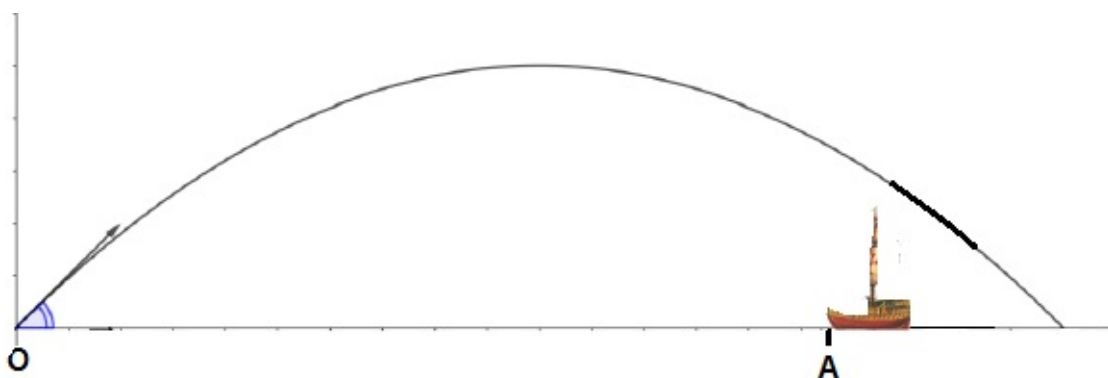
$$S = \{25\}$$

Il y a donc 25 personnes à avoir participé.

Exercice 2

Un canon (placé en O) tire des boulets et dans le plan de la trajectoire du boulet, la position du boulet dans le repère ci-dessous (l'unité étant le mètre) est donnée par l'équation :

$$y = -\frac{1}{4000}x^2 + x$$

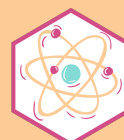


- 1) Quelle est l'altitude maximale atteinte par le boulet ?

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2} = \frac{4000}{2} = 2000$$

$$\beta = f(\alpha) = -\frac{1}{4000} \times 2000^2 + 2000 = 1000$$

L'altitude maximale est 1000 m.





- 2) Une caravelle de 30 mètres de longueur est située à 3,96 km du tir (distance OA). De plus en son milieu, elle possède un mât de 28 mètres de hauteur. Va-t-elle être touchée par le boulet canon ?

Comme le mat est au milieu du caravelle, il est donc à 15 mètres de A.

Donc le mat est en $x = 3960 + 15 = 3975 \text{ m}$.

$$y = -\frac{1}{4000} \times 3975^2 + 3975$$

$$y = 24,84 < 28$$

Donc le mat va être touché par le boulet de canon.

Exercice 3

Une athlète lance un javelot à l'instant $t = 0$.

La hauteur $h(t)$, en mètre, à l'instant t , en seconde, du centre de gravité est :

$$h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2$$

La hauteur est mesurée à partir du sol.

- 1) À quel instant le javelot est-il au plus haut ?

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{-\frac{1}{2}} = 8$$

$$\beta = f(\alpha) = -\frac{1}{2} \times 8^2 + 8 \times 8 + 2 = 34$$

Le javelot est le plus haut en $t = 8\text{s}$. La hauteur sera de 34 m.

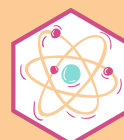
- 2) Le javelot atteindra-t-il une hauteur de 32 m ? À quels instants ?

Comme le maximum est de 34 m, la hauteur de 32 m sera bien atteinte.

$$-\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 = 32$$

$$-\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 - 32 = 0$$

$$-\frac{1}{2}t^2 + 8t - 30 = 0$$





$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-30) = 4 = 2^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 - 2}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 10 \text{ ou } t_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 + 2}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 6$$

La hauteur de 32 m sera atteinte à 6 et à 10 secondes.

- 3) Le javelot atteindra-t-il une hauteur de 35 m ?

$$35 > \beta = 34$$

Donc cette hauteur ne sera pas atteinte.

- 4) À quel instant le javelot touchera-t-il le sol ?

$$-\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 68 > 0$$

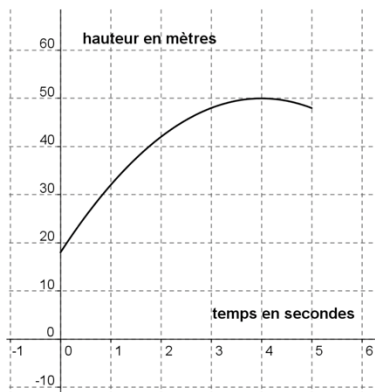
Donc il y a deux solutions.

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 - \sqrt{68}}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 8 + 2\sqrt{17} \approx 16,25 \text{ s ou } t_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8 + \sqrt{68}}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 8 - 2\sqrt{17}$$

Le javelot touchera le sol à environ 16,25 s.

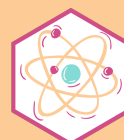
Exercice 4

On modélise la trajectoire d'une fusée de feu d'artifice par l'arc de parabole représenté ci-contre. La fusée explose 5 secondes après son lancement.



On note h la fonction qui exprime la hauteur de la fusée en fonction du temps :

$$h(t) = -2t^2 + 16t + 18$$





- 1) De quelle hauteur est lancée la fusée ? (Justifier)

La fusée est lancée à l'instant $t = 0$.

$$h(0) = -2 \times 0^2 + 16 \times 0 + 18 = 18 \text{ m}$$

La fusée est lancée à une hauteur de 18 m.

- 2) Donner le tableau de variations de h . Quelle hauteur maximale va-t-elle atteindre ?

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{16}{-2 \times 2} = 4$$

$$\beta = f(\alpha) = -2 \times 4^2 + 16 \times 4 + 18 = 50 \text{ m}$$

x	0	4	5
h	18	50	48

La hauteur maximale atteinte est de 50 m.

- 3) Si la fusée n'avait pas explosé, combien de temps après son lancement serait-elle retombée au sol ?

$$-2t^2 + 16t + 18 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \times (-2) \times 18 = 400 = 20^2 > 0$$

Donc il y a deux solutions.

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 - 20}{2 \times (-2)} = 9 \text{ ou } t_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16 + 20}{2 \times (-2)} = -1$$

La fusée serait retombée au sol après 9 s.

Pour plus d'exercices, n'hésitez pas à visiter mon site.

poppy-sciences.com

Aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce support sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© 2022 Poppy & Sciences : Mélanie Demars

